

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldásterére éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: Meg kell oldani valami egyenletrendszert. Mindig ez van.
- Tasziló: Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: ~~Meg kell oldani valami egyenletrendszert. Mindig ez van.~~
- Tasziló: [Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?](#)

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: ~~Meg kell oldani valami egyenletrendszert. Mindig ez van.~~
- Tasziló: [Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?](#)

Mi érdekel minket?

- Arisztid: A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok közötti lineáris összefüggések.
- Tasziló: A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok által generált altér.

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: ~~Meg kell oldani valami egyenletrendszert. Mindig ez van.~~
- Tasziló: Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?

Mi érdekel minket?

- Arisztid: ~~A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok közötti lineáris összefüggések.~~
- Tasziló: A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok által generált altér.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: ~~Meg kell oldani valami egyenletrendszert. Mindig ez van.~~
- Tasziló: [Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?](#)

Mi érdekel minket?

- Arisztid: ~~A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok közötti lineáris összefüggések.~~
- Tasziló: [A \$\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4\$ vektorok által generált altér.](#)

Hogyan fogjunk neki?

- Arisztid: Írjuk a vektorokat sorvektorokként egymás alá.
- Tasziló: Írjuk a vektorokat oszlopvektorokként egymás mellé.

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: ~~Meg kell oldani valami egyenletrendszert. Mindig ez van.~~
- Taziló: Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?

Mi érdekel minket?

- Arisztid: ~~A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok közötti lineáris összefüggések.~~
- Taziló: A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok által generált altér.

Hogyan fogjunk neki?

- Arisztid: Írjuk a vektorokat sorvektorokként egymás alá.
- Taziló: ~~Írjuk a vektorokat oszlopvektorokként egymás mellé.~~

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Mit csináljunk a kapott mátrixszal?

- Arisztid: Hozzuk redukált lépcsős alakra. Mindig ez van.
- Tasziló: Transzponáljuk.

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldásterére éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Mit csináljunk a kapott mátrixszal?

- Arisztid: Hozzuk redukált lépcsős alakra. Mindig ez van.
- Tasziló: ~~Transzponáljuk.~~

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Mit kezdünk a lépcsős alakkal?

- Arisztid: Megkeressük a kötött és a szabad változókat, és megoldjuk az egyenletrendszert. Mindig ez van.
- Tasziló: Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Mit kezdünk a lépcsős alakkal?

- Arisztid: ~~Megkeressük a kötött és a szabad változókat, és megoldjuk az egyenletrendszert. Mindig ez van.~~
- Tasziló: Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Oké, de akkor mire jó ez a lépcsős alak?

- Arisztid: Az oszlopai ugyanazt az U alteret generálják, mint az eredeti $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok.
- Tasziló: A sorai ugyanazt az U alteret generálják, mint az eredeti $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok.

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Oké, de akkor mire jó ez a lépcsős alak?

- Arisztid: ~~Az oszlopai ugyanazt az U alteret generálják, mint az eredeti $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok.~~
- Tasziló: A sorai ugyanazt az U alteret generálják, mint az eredeti $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4$ vektorok.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Mivel elemi sorátalakítások nem változtatják meg a mátrix sorai által kifeszített alteret, a kapott mátrix sorai szintén az U alteret generálják.

Jelölje a redukált lépcsős alakú mátrix nem nulla sorait $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3$:

$$\underline{u}_1 = (1, 3, 0, 0, 0), \quad \underline{u}_2 = (0, 0, 1, 0, 2), \quad \underline{u}_3 = (0, 0, 0, 1, 1).$$

Ezekkel a vektorokkal így írható fel az U altér:

$$U = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3] = \{ \alpha \underline{u}_1 + \beta \underline{u}_2 + \gamma \underline{u}_3 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \}.$$

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Mivel elemi sorátalakítások nem változtatják meg a mátrix sorai által kifeszített alteret, a kapott mátrix sorai szintén az U alteret generálják.

Jelölje a redukált lépcsős alakú mátrix nem nulla sorait $\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3$:

$$\underline{u}_1 = (1, 3, 0, 0, 0), \quad \underline{u}_2 = (0, 0, 1, 0, 2), \quad \underline{u}_3 = (0, 0, 0, 1, 1).$$

Ezekkel a vektorokkal így írható fel az U altér:

$$U = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3] = \{ \alpha \underline{u}_1 + \beta \underline{u}_2 + \gamma \underline{u}_3 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \}.$$

Számítsd ki az $\alpha \underline{u}_1 + \beta \underline{u}_2 + \gamma \underline{u}_3 = (\dots, \dots, \dots, \dots, \dots)$ vektort.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\underline{u}_1 = (1, 3, 0, 0, 0), \quad \underline{u}_2 = (0, 0, 1, 0, 2), \quad \underline{u}_3 = (0, 0, 0, 1, 1).$$

Ezekkel a vektorokkal így írható fel az U altér:

$$\begin{aligned} U = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3] &= \{ \alpha \underline{u}_1 + \beta \underline{u}_2 + \gamma \underline{u}_3 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \} = \\ &= \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\underline{u}_1 = (1, 3, 0, 0, 0), \quad \underline{u}_2 = (0, 0, 1, 0, 2), \quad \underline{u}_3 = (0, 0, 0, 1, 1).$$

Ezekkel a vektorokkal így írható fel az U altér:

$$\begin{aligned} U &= [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3] = \{ \alpha \underline{u}_1 + \beta \underline{u}_2 + \gamma \underline{u}_3 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \} = \\ &= \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

- Arisztid: Nos, kedves Tasziló barátom, ez igazán kitűnő leírása az U altérnek. Azt javaslom, hogy adjunk meg benne egy bázist is.
- Tasziló: Ember, nem bázist kell megadni, hanem ...

Mit akar Tasziló mondani, és kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$\underline{u}_1 = (1, 3, 0, 0, 0), \quad \underline{u}_2 = (0, 0, 1, 0, 2), \quad \underline{u}_3 = (0, 0, 0, 1, 1).$$

Ezekkel a vektorokkal így írható fel az U altér:

$$\begin{aligned} U = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3] &= \{ \alpha \underline{u}_1 + \beta \underline{u}_2 + \gamma \underline{u}_3 \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \} = \\ &= \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

- Arisztid: Nos, kedves Tasziló barátom, ez igazán kitűnő leírása az U altérnek. ~~Azt javaslom, hogy adjunk meg benne egy bázist is.~~
- Tasziló: Ember, nem bázist kell megadni, hanem **egyenletrendszert!**

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$U = \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}.$$

- Arisztid: Nos, kedves Tasziló barátom, ez igazán kitűnő leírása az U altérnek. ~~Azt javaslom, hogy adjunk meg benne egy bázist is.~~
- Tasziló: Ember, nem bázist kell megadni, hanem **egyenletrendszert!**

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$U = \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}.$$

- Arisztid: Nos, kedves Tasziló barátom, ez igazán kitűnő leírása az U altérnek. ~~Azt javaslom, hogy adjunk meg benne egy bázist is.~~
- Tasziló: Ember, nem bázist kell megadni, hanem **egyenletrendszert!**

Melyik igaz az alábbiak közül?

- $(1, 2, 2, 3, 7) \in U$
- $(1, 3, 2, 3, 5) \in U$
- $(1, 3, 2, 3, 7) \in U$
- $(2, 6, 3, 2, 8) \in U$

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$U = \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}.$$

- Arisztid: Nos, kedves Tasziló barátom, ez igazán kitűnő leírása az U altérnek. ~~Azt javaslom, hogy adjunk meg benne egy bázist is.~~
- Tasziló: Ember, nem bázist kell megadni, hanem **egyenletrendszert!**

Melyik igaz az alábbiak közül?

- $(1, 2, 2, 3, 7) \in U$ **nem**
- $(1, 3, 2, 3, 5) \in U$ **nem**
- $(1, 3, 2, 3, 7) \in U$ **igen**
- $(2, 6, 3, 2, 8) \in U$ **igen**

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$U = \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}.$$

Mi a feltétele annak, hogy egy tetszőleges $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ vektor benne legyen az U halmazban? Írd be a ... helyére a megfelelő feltételeket.

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in U \iff \dots$$

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldásterére éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$U = \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}.$$

Mi a feltétele annak, hogy egy tetszőleges $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ vektor benne legyen az U halmazban? Írd be a ... helyére a megfelelő feltételeket.

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in U \iff x_2 = 3x_1 \text{ és } x_5 = 2x_3 + x_4$$

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldásterét éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$U = \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}.$$

Mi a feltétele annak, hogy egy tetszőleges $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ vektor benne legyen az U halmazban? Írd be a ... helyére a megfelelő feltételeket.

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in U \iff x_2 = 3x_1 \text{ és } x_5 = 2x_3 + x_4$$

Írd fel a kapott HLER-t mátrixos alakban.

Feladat. Tekintsük az $\mathbb{R}^5$ vektortérben az alábbi 4 vektort:

$$\underline{v}_1 = (3, 9, 5, 3, 13), \underline{v}_2 = (1, 3, 2, 4, 8), \underline{v}_3 = (2, 6, 1, 1, 3), \underline{v}_4 = (1, 3, 3, 2, 8).$$

Adjunk meg olyan homogén lineáris egyenletrendszert, melynek megoldástere éppen $U := [\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4]$.

$$U = \left\{ (\alpha, 3\alpha, \beta, \gamma, 2\beta + \gamma) \mid \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}.$$

Mi a feltétele annak, hogy egy tetszőleges $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ vektor benne legyen az U halmazban? Írd be a ... helyére a megfelelő feltételeket.

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in U \iff x_2 = 3x_1 \text{ és } x_5 = 2x_3 + x_4$$

Írd fel a kapott HLER-t mátrixos alakban.

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: Meg kell oldani valami egyenletrendszert.
- Tasziló: Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0}\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: Meg kell oldani valami egyenletrendszert.
- Tasziló: ~~Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?~~

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: Meg kell oldani valami egyenletrendszert.
- Tasziló: ~~Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?~~

Mit csináljunk az A mátrixszal?

- Arisztid: Hozzuk redukált lépcsős alakra. Mindig ez van.
- Tasziló: Transzponáljuk.

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0}\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit is kell itten csinálni?

- Arisztid: Meg kell oldani valami egyenletrendszert.
- Tasziló: ~~Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?~~

Mit csináljunk az A mátrixszal?

- Arisztid: Hozzuk redukált lépcsős alakra. Mindig ez van.
- Tasziló: ~~Transzponáljuk.~~

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdjünk a lépcsős alakkal?

- Arisztid: Megkeressük a kötött és a szabad változókat, és megoldjuk az egyenletrendszert.
- Tasziló: Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdünk a lépcsős alakkal?

- Arisztid: Megkeressük a kötött és a szabad változókat, és megoldjuk az egyenletrendszert.
- Tasziló: ~~Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?~~

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdünk a lépcsős alakkal?

- Arisztid: Megkeressük a kötött és a szabad változókat, és megoldjuk az egyenletrendszert.
- Tasziló: ~~Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?~~

Írd le a füzetedbe, hogy mik a kötött és mik a szabad változók.

kötött:..., szabad:....

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdünk a lépcsős alakkal?

- Arisztid: Megkeressük a kötött és a szabad változókat, és megoldjuk az egyenletrendszert.
- Tasziló: ~~Ember, hol látsz itt egyenletrendszert?~~

Írd le a füzetedbe, hogy mik a kötött és mik a szabad változók.

kötött: x_1, x_3 , szabad: x_2, x_4, x_5 .

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \left\{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \right\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdünk a kötött és szabad változókkal?

- Arisztid: Fejezzük ki a szabadokat a kötöttekkel.
- Tasziló: Fejezzük ki a kötötteket a szabadokkal.

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdünk a kötött és szabad változókkal?

- Arisztid: ~~Fejezzük ki a szabadokat a kötöttekkel.~~
- Tasziló: Fejezzük ki a kötötteket a szabadokkal.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0}\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdjünk a kötött és szabad változókkal?

- Arisztid: ~~Fejezzük ki a szabadokat a kötöttekkel.~~
- Tasziló: **Fejezzük ki a kötötteket a szabadokkal.**

Fejezd ki a kötött változókat a szabadokkal. Ehhez nem árt leírni a lépcsős mátrixhoz tartozó HLER-t.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0}\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Mit kezdjünk a kötött és szabad változókkal?

- Arisztid: ~~Fejezzük ki a szabadokat a kötöttekkel.~~
- Tasziló: **Fejezzük ki a kötötteket a szabadokkal.**

Fejezd ki a kötött változókat a szabadokkal. Ehhez nem árt leírni a lépcsős mátrixhoz tartozó HLER-t.

$$x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \implies x_1 = -3x_2 + x_4$$

$$x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \implies x_3 = -x_4 - 2x_5$$

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Ott tartunk, hogy kifejeztük a kötött változókat a szabad változókkal:

$$x_1 = -3x_2 + x_4, \quad x_3 = -x_4 - 2x_5.$$

Ennek alapján az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$U = \{ (\dots, \dots, \dots, \dots, \dots) \}$$

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Ott tartunk, hogy kifejeztük a kötött változókat a szabad változókkal:

$$x_1 = -3x_2 + x_4, \quad x_3 = -x_4 - 2x_5.$$

Ennek alapján az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$U = \left\{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : \dots \in \mathbb{R} \right\}.$$

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Ott tartunk, hogy kifejeztük a kötött változókat a szabad változókkal:

$$x_1 = -3x_2 + x_4, \quad x_3 = -x_4 - 2x_5.$$

Ennek alapján az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$U = \left\{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}.$$

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0}\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Ott tartunk, hogy kifejeztük a kötött változókat a szabad változókkal:

$$x_1 = -3x_2 + x_4, \quad x_3 = -x_4 - 2x_5.$$

Ennek alapján az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$U = \left\{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}.$$

- Arisztid: Nos, kedves Tasziló barátom, ez igazán kitűnő leírása az U altérnek. Azt javaslom, hogy adjunk meg benne egy bázist is.
- Tasziló: Ember, nem bázist kell megadni, hanem egyenletrendszert!

Kinek van igaza? Írd le a füzetedbe.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0}\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Ott tartunk, hogy kifejeztük a kötött változókat a szabad változókkal:

$$x_1 = -3x_2 + x_4, \quad x_3 = -x_4 - 2x_5.$$

Ennek alapján az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$U = \left\{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}.$$

- Arisztid: Nos, kedves Tasziló barátom, ez igazán kitűnő leírása az U altérnek. Azt javaslom, hogy adjunk meg benne egy bázist is.
- Tasziló: ~~Ember, nem bázist kell megadni, hanem egyenletrendszert!~~

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{\underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0}\} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$\begin{aligned} U &= \left\{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\} = \\ &= \left\{ x_2(\dots) + x_4(\dots) + x_5(\dots) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

Bontsd a fenti megoldásvektort három vektor lineáris kombinációjára.

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$\begin{aligned} U &= \{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \} = \\ &= \{ x_2(-3, 1, 0, 0, 0) + x_4(1, 0, -1, 1, 0) + x_5(0, 0, -2, 0, 1) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \}. \end{aligned}$$

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$\begin{aligned} U &= \left\{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\} = \\ &= \left\{ x_2(-3, 1, 0, 0, 0) + x_4(1, 0, -1, 1, 0) + x_5(0, 0, -2, 0, 1) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \right\}. \end{aligned}$$

Tehát az U altér egy bázisa:

$$(\dots), \quad (\dots), \quad (\dots).$$

Feladat. Tekintsük az alábbi $A \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Adjunk meg bázist az $U := \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^5 : A\underline{x} = \underline{0} \} \leq \mathbb{R}^5$ altérben.

Az egyenletrendszer megoldáshalmaza:

$$\begin{aligned} U &= \{ (-3x_2 + x_4, x_2, -x_4 - 2x_5, x_4, x_5) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \} = \\ &= \{ x_2(-3, 1, 0, 0, 0) + x_4(1, 0, -1, 1, 0) + x_5(0, 0, -2, 0, 1) : x_2, x_4, x_5 \in \mathbb{R} \}. \end{aligned}$$

Tehát az U altér egy bázisa:

$$(-3, 1, 0, 0, 0), \quad (1, 0, -1, 1, 0), \quad (0, 0, -2, 0, 1).$$