

A sztochasztika alapjai levelezős gyakorlat

mintadolgozat

1. Anna, Bori, Cili és Dóri osztálytársak, akik egy 20 fős osztályba járnak. Egy biológia órán a tanár véletlenszerűen kiválaszt 4 embert felelni. Mennyi a valószínűsége annak, hogy Anna ki lesz választva felelni? Mennyi annak az esélye, hogy Anna és Dóri ki lesz választva, de Bori és Cili nem? (8 pont)
2. Véletlenszerű helyen eltörünk egy 2 méter hosszú pálcát. Legyen A az az esemény, hogy a keletkezett darabok közül valamelyik hosszabb, mint 120 centiméter, és legyen B az az esemény, hogy mindkét darab rövidebb 150 centiméternél. Mennyi az A esemény valószínűsége? Mennyi A valószínűsége, ha tudjuk, hogy B bekövetkezett? Független egymástól az A és a B esemény? (8 pont)
3. Pelikán József a Duna három gátszakaszáért felelős. Minden reggel véletlenszerűen dönti el, hogy aznap melyik gátszakaszt járja végig. Az első szakasz a kedvence, ide az esetek felében megy, míg a másik két szakaszt azonos gyakorisággal látogatja meg. Az egyes szakaszokon rendre 5, 10 és 15 százalék valószínűséggel talál ürgelyukat. Egy adott napon mekkora valószínűséggel talál ürgelyukat? Mennyi annak az esélye, hogy a hármas szakaszra ment, ha talált ürgelyukat? (8 pont)
4. Egy bűncselekményt egy magányos elkövető hajtott végre, de a rendőröknek három gyanúsítottja van. A rendőrök tudják, hogy a tettes a gyanúsítottak között van, de a vádemeléshez bizonyítékra van szükség. Mivel az elkövető DNS mintát hagyott hátra a helyszínen, a rendőrök véletlenszerűen letesztelik az egyik gyanúsítottat. Ha a minta egyezik, akkor megvan az elkövető. Ha nem egyezik, akkor a maradék két gyanúsított közül ismét kiválasztanak egyet, és őt is letesztelik. Ha az ő eredménye is negatív, akkor vetik vizsgálat alá a harmadik embert is. Jelölje ξ azt, hogy hány DNS vizsgálatot fognak majd végrehajtani. Mennyi annak az esélye, hogy pontosan két vizsgálatra lesz majd szükség? Határozzuk meg a ξ várható értékét is. (10 pont)
5. Egy folytonos eloszlású ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & 0 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{különb.} \end{cases}$$

Határozzuk meg az a valós paramétert és a ξ változó várható értékét. (8 pont)

6. A villamoson egy-egy utazás alkalmával 20% eséllyel jön ellenőr. 100 utazás során várhatóan hány alkalommal találkozok ellenőrrel? Mennyi a találkozások számának a szórása? Közelítőleg mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 14 alkalommal találkozok ellenőrrel? (8 pont)

Jó munkát!