

A sztochasztika alapjai

1. dolgozat, minta

1.
 - a. Definiálja több esemény teljes függetlenségét. (3 pont)
 - b. Írja fel a kivonási szabályt, és illusztrálja Venn-diagrammal. (2 pont)
 - c. Írja fel a láncszabályt. (2 pont)
2. Anna, Bori, Cili és Dóri osztálytársak, akik egy 20 fős osztályba járnak. Egy biológia órán a tanár véletlenszerűen kiválaszt 4 embert felelni. Mennyi a valószínűsége annak, hogy Anna ki lesz választva felelni? Mennyi annak az esélye, hogy Anna ki lesz választva, ha tudjuk, hogy Dóri ki lett választva, de Bori és Cili nem? (6 pont)
3. Véletlenszerű helyen eltörünk egy 2 méter hosszú pálcát. Legyen A az az esemény, hogy a keletkezett darabok közül valamelyik hosszabb, mint 120 centiméter, és legyen B az az esemény, hogy mindkét darab rövidebb 150 centiméternél. Mennyi az A esemény valószínűsége? Mennyi A valószínűsége, ha tudjuk, hogy B bekövetkezett? Független egymástól az A és a B esemény? (6 pont)
4. Pelikán József a Duna három gátszakaszáért felelős. Minden reggel véletlenszerűen dönti el, hogy aznap melyik gátszakaszt járja végig. Az első szakasz a kedvence, ide az esetek felében megy, míg a másik két szakaszt azonos gyakorisággal látogatja meg. Az egyes szakaszokon rendre 5, 10 és 15 százalék valószínűséggel talál ürgelyukat. Egy adott napon mekkora valószínűséggel talál ürgelyukat? Mennyi annak az esélye, hogy a hármas szakaszra ment, ha talált ürgelyukat? (6 pont)

Jó munkát!

A sztochasztika alapjai

2. dolgozat, minta

- Mondja ki a centrális határeloszlás-tételt vagy a tétel gyakorlaton tanult következményét. (3 pont)
 - Hogyan definiáljuk a varianciát és a szórást? (2 pont)
 - Mennyi a $\xi + \eta$ összes varianciája, ha ξ és η független valószínűségi változók ismert $D(\xi)$ és $D(\eta)$ szórással? (2 pont)
- Egy bűncselekményt egy magányos elkövető hajtott végre, de a rendőröknek három gyanúsítottja van. A rendőrök tudják, hogy a tettes a gyanúsítottak között van, de a vádemeléshez bizonyítékra van szükség. Mivel az elkövető DNS mintát hagyott hátra a helyszínen, a rendőrök véletlenszerűen letesztelik az egyik gyanúsítottat. Ha a minta egyezik, akkor megvan az elkövető. Ha nem egyezik, akkor a maradék két gyanúsított közül ismét kiválasztanak egyet, és őt is letesztelik. Ha az ő eredménye is negatív, akkor vetik vizsgálat alá a harmadik embert is. Jelölje ξ azt, hogy hány DNS vizsgálatot fognak majd végrehajtani. Mennyi annak az esélye, hogy pontosan két vizsgálatra lesz majd szükség? Határozzuk meg a ξ várható értékét és szórását is. (7 pont)
- Egy folytonos eloszlású ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} a/x^2, & 1 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{különbén.} \end{cases}$$

Határozzuk meg az a valós paramétert és a ξ változó várható értékét. (5 pont)

- A villamoson egy-egy utazás alkalmával 20% eséllyel jön ellenőr. 100 utazás során várhatóan hány alkalommal találkozok ellenőrrel? Mennyi a találkozások számának a szórása? Közelítőleg mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 14 alkalommal találkozok ellenőrrel? (6 pont)

Jó munkát!

A sztochasztika alapjai

3. dolgozat, minta

- Definiálja a korrelációs együtthatót. Mikor mondjuk azt, hogy két valószínűségi változó korrelálatlan? (3 pont)
 - Definiálja a konfidencia intervallum fogalmát. (2 pont)
 - Definiálja a másodfajú hiba fogalmát. (2 pont)
- Egy tejgazdaságban a tehenek napi tejhozama, tehát az egy-egy tehen által adott tej mennyisége normális eloszlást követ ismeretlen várható értékkel és szórással. Egy adott napon 10 kiválasztanak tehen 11,8, 13,3, 8,2, 10,5, 9,7, 12,4, 9,3, 11,2, 12,7 és 10,8 liter tejet adott. Adjunk 90% megbízhatósági szintű konfidencia intervallumot a napi tejhozam várható értékére. Teszteljük le 10%-os szignifikancia szinten azt a nullhipotézist, hogy a napi tejhozam várható értéke 12 liter. (6 pont)
- A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} (\alpha + 1)x^{\alpha}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{különb,} \end{cases}$$

ahol $\alpha > 0$ az eloszlás ismeretlen paramétere. (Az f_{ξ} függvény minden $\alpha > 0$ érték esetén sűrűségfüggvény, ezt nem kell ellenőrizni.)

- Határozzuk meg a ξ változó várható értékét. (Ez a várható érték természetesen függni fog az α paramétertől.)
 - Legyen x_1, \dots, x_n statisztikai minta a ξ változóra. Az a. feladatrészben kapott várható értéket felhasználva adjunk momentumbecslést az α paraméterre. (7 pont)
- Egy gazdának két tehené van. Az egyik tehen napi tejhozamának várható értéke 25 liter, a szórása 1,5 liter, a másik tehen napi tejhozamának várható értéke 30 liter, szórása 2 liter. A két tejhozam korrelációs együtthatója 0,8. Várhatóan hány liter tejet ad a két tehen összesen egy nap alatt? Mekkora az egy nap alatt a két tehen által adott tej mennyiségének a szórása? (5 pont)

Jó munkát!