Elméleti összefoglaló a Sztochasztika alapjai kurzushoz

1. dolgozat

Véletlen kísérletek, események valószínűsége

Definíció. Egy véletlen kísérlet lehetséges eredményeit **kimeneteleknek** nevezzük. A kísérlet kimeneteleinek a halmaza az **eseménytér**. Jele: Ω.

Definíció. **Eseményeknek** nevezzük a kísérlet aktuális kimeneteléhez kapcsolódó állításokat. Azt mondjuk, hogy egy esemény **bekövetkezik**, ha a kísérlet aktuális végrehajtásakor olyan kimenetelt kapunk, melyre ez az állítás igaz. Egy adott kísérlet esetén a hozzá kapcsolódó összes esemény halmazát **eseményalgebrának** nevezzük. Jele: $\mathcal{A}$. Két nevezetes esemény:

- Egy eseményt **biztos eseménynek** nevezük, ha a kísérlet minden lehetséges kimenetele esetén bekövetkezik.
- Egy eseményt **lehetetlen eseménynek** nevezük, ha a kísérletnek nincs olyan kimenetele, melyre ez az esemény bekövetkezne.

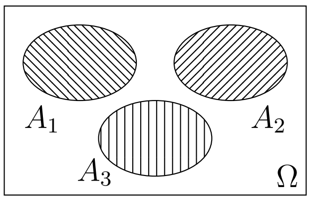
Definíció. Legy $A_1, A_2, \ldots$ tetszőleges esemény. Azt mondjuk, hogy ezek az események **páronként kizáróak** avagy **páronként diszjunktak**, ha bármely kettőt kiválasztva azoknak üres a metszete. A kizáró események közül legfeljebb egy következhet be egyszerre, hiszen nincs olyan kimenetel, melyet két vagy több esemény is tartalmazna.

Definíció. Azt mondjuk, hogy a B esemény **maga után vonja** az A eseményt, ha $B \subseteq A$, tehát B minden eleme az A halmaznak is eleme. Ez azt jelenti, hogy ha a B esemény bekövetkezik, akkor az A esemény is feltétlenül bekövetkezik.

Definíció. Azt mondjuk, hogy egy $P : \mathcal{A} \to [0,1]$ függvény **valószínűség** vagy **valószínűségi mérték** az eseményalgebrán, ha teljesíti az alábbi két tulajdonságot:

- A biztos esemény valószínűsége $P(\Omega) = 1$.
- **Additivitás**: Ha $A_1, A_2, \ldots$ páronként kizáró eseményeknek egy véges vagy végtelen sorozata, akkor az egyesítésük valószínűsége

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots$$

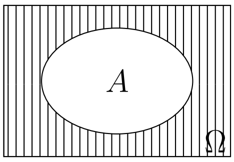


Tehát a valószínűségi mérték egy olyan függvény, mely az eseményekhez 0 és 1 közötti számokat rendel hozzá. Az A eseményhez rendelt $P(A)$ értéket úgy nevezzük, hogy az A **valószínűsége**.

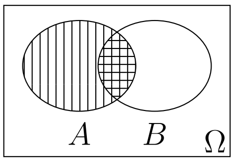
Definíció. Az $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ hármast **valószínűségi mezőnek** hívjuk. A véletlen kísérleteket mindig egy megfelelően konstruált valószínűségi mezővel írjuk le. Az Ω alaphalmaz a kísérlet kimeneteleinek a halmaza (eseménytér), a $\mathcal{A}$ eseményalgebra a vizsgált események rendszere, és végül a P függvény mondja meg az egyes események valószínűségét.

Tétel. A valószínűség általános tulajdonságai:

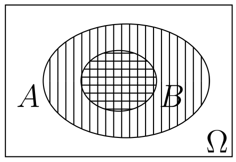
- A lehetetlen esemény valószínűsége: $P(\emptyset) = 0$.
- A komplementer esemény valószínűsége: $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
- **Kivonási szabály**: tetszőleges A és B esemény mellett $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$. Speciálisan, ha B maga után vonja az A eseményt, akkor $P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$.
- **Monotonitás**: ha B maga után vonja az A eseményt, akkor $P(B) \leq P(A)$.



Komplementer esemény

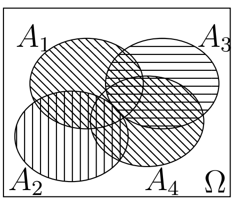


Kivonási szabály

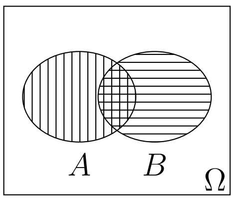


Monotonitás

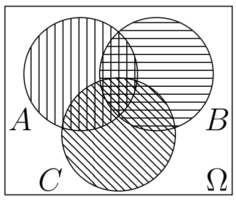
- **Szubadditivitás**: Ha $A_1, A_2, \ldots$ tetszőleges eseményeknek egy véges vagy végtelen sorozata, akkor
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) \leq P(A_1) + P(A_2) + \cdots$$
- Két esemény uniójának a valószínűsége: tetszőleges A és B esemény mellett
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)\,.$$
- Három esemény uniójának a valószínűsége: tetszőleges A, B és C esemény mellett
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$



Szubadditivitás



Két esemény uniója



Három esemény uniója

- **Poincaré-formula** avagy **szitaformula**: tetszőleges $A_1, \ldots, A_n$ események mellett
$$P(A_1 \cup \cdots \cup A_n) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \sum_{\substack{1 \leq i_1 < \cdots < i_k \leq n \\ \text{különböző egészek}}} P(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_k})$$

A Poincaré-formula részletesebben:

$$\begin{aligned}P(A_1 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) &+ \cdots + P(A_n)\\ &- \text{ketteses metszetek valószínűsége}\\ &+ \text{hármas metszetek valószínűsége}\\ &- \text{négyes metszetek valószínűsége}\\ &\quad\vdots\\ &\pm P(A_1 \cap \cdots \cap A_n)\end{aligned}$$

Diszkrét és geometriai valószínűségi mezők

Definíció. Azt mondjuk, hogy egy $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ valószínűségi mező **diszkrét valószínűségi mező**, ha a kísérletnek csak megszámlálható sok lehetséges értéke van, tehát a kísérlet lehetséges kimenetelei egy véges vagy végtelen sorozatot alkotnak.

Definíció. Azt mondjuk, hogy egy $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ valószínűségi mező **klasszikus valószínűségi mező**, ha az eseménytérnek csak véges sok eleme van van, és minden kimenetelnek azonos a valószínűsége.

Tétel. Klasszikus valószínűségi mezőn egy tetszőleges A esemény valószínűsége

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{\text{kedvező kimenetelek száma}}{\text{összes kimenetel száma}}.$$

Definíció. Azt mondjuk, hogy egy $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ valószínűségi mező **geometriai valószínűségi mező**, ha rendelkezik az alábbi tulajdonságokkal:

- Az Ω eseménytér egy olyan geometriai alakzat, melynek a mértéke: $0 < \mu(\Omega) < \infty$.
- **Egyenletességi hipotézis:** Az események valószínűsége egyenesen arányos az események mértékével. Tehát, minden $A \subseteq \Omega$ eseményre

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{\text{kedvező hosszúság/terület/térfogat}}{\text{összes hosszúság/terület/térfogat}}$$

Feltételes valószínűség és események függetlensége

Definíció. Tegyük fel, hogy $P(B) > 0$. Ekkor az A eseménynek a B eseményre vett **feltételes valószínűsége** $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$. A feltételes valószínűség megmutatja, hogy mennyi az A esemény valószínűsége, ha tudjuk, hogy B bekövetkezik.

Tétel. Legyen B pozitív valószínűségű esemény. Ekkor a B eseményre vett feltételes valószínűség valószínűségi mérték. Ebből következik, hogy a feltételes valószínűségre teljesülnek a valószínűség általános tulajdonságai.

Tétel (Láncszabály, szorzási szabály)**.** Legyenek $A_1, \ldots, A_n$ olyan események, melyekre $P(A_1 \cap \cdots \cap A_n) > 0$. Ekkor

$$P\big(A_1 \cap \cdots \cap A_n\big) = P(A_1)P\big(A_2 \mid A_1\big)P\big(A_3 \mid A_1 \cap A_2\big) \cdots P\big(A_n \mid A_1 \cap \cdots \cap A_{n-1}\big)\,.$$

Tétel (Bayes-formula)**.** Legyen A és B pozitív valószínűségi esemény. Ekkor

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}\,.$$

Definíció. Azt mondjuk, hogy a $B_1, \ldots, B_n$ események **teljes eseményrendszert** alkotnak, ha teljesítik az alábbi tulajdonságokat:

- páronként diszjunktak, tehát tetszőleges $i \neq j$ esetén $B_i \cap B_j = \emptyset$;
- együttesen lefedik az eseményteret: $B_1 \cup \cdots \cup B_n = \Omega$.

Tétel (Teljes valószínűség tétele)**.** Legyen $B_1, \ldots, B_n$ pozitív valószínűségű eseményekből álló teljes eseményrendszer. Ekkor egy tetszőleges A esemény valószínűsége

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i) = P(A|B_1)P(B_1) + \cdots + P(A|B_n)P(B_n)\,.$$

Definíció. Legyen A és B két tetszőleges esemény. Azt mondjuk, hogy a két esemény **független** egymástól, ha $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Tétel (A függetlenség ekvivalens definíciói)**.** Ha A és B pozitív valószínűségű esemény, akkor az alábbiak ekvivalensek:

- A és B független egymástól.
- $P(A|B) = P(A)$.
- $P(B|A) = P(B)$.

Definíció (Kettőnél több esemény függetlensége)**.** Az $A_1, A_2, \ldots$ események **páronként függetlenek**, ha tetszőleges A_i és A_j különböző eseményeket kiválasztva ezek függetlenek egymástól, tehát $P(A_i \cap A_j) = P(A_i)P(A_j)$. Az $A_1, A_2, \ldots$ események **(teljesen) függetlenek**, ha közülük tetszőleges sok és különböző $A_{i_1}, \ldots, A_{i_n}$ eseményt kiválasztva

$$P(A_{i_1} \cap \cdots \cap A_{i_n}) = P(A_{i_1}) \cdots P(A_{i_n})\,.$$

Tétel (A kétfajta függetlenség kapcsolata)**.** A teljes függetlenségből következik a páronkénti függetlenség, de a páronkénti függetlenségből nem következik a teljes függetlenség.

2. dolgozat

Valószínűségi változók

Definíció. Egy ξ valószínűségi változó **eloszlásfüggvénye** az az $F_\xi : \mathbb{R} \to [0,1]$ függvény, mely a következő formulával van definiálva: $F_\xi(t) = P(\xi < t)$, $t \in \mathbb{R}$.

Tétel (Az eloszlásfüggvények általános tulajdonságai)**.** Egy $F : \mathbb{R} \to [0,1]$ függvény pontosan akkor eloszlásfüggvény, ha teljesülnek az alábbi tulajdonságok:

- F monoton növekvő;
- $\lim_{t\to-\infty} F(t) = 0$ és $\lim_{t\to\infty} F(t) = 1$;
- F mindenhol balról folytonos.

Tétel. Legyen ξ tetszőleges valószínűségi változó, és legyen F_ξ az eloszlásfüggvénye.

- Tetszőleges $-\infty \leq a < b \leq +\infty$ számok esetén $P\big(a \leq \xi < b\big) = F_\xi(b) - F_\xi(a)$.
- Tetszőleges a valós szám esetén az F_ξ függvény pontosan akkorát ugrik az a pontban, mint amekkora a $P(\xi = a)$ valószínűség.

Definíció. Egy ξ valószínűségi változó **diszkrét**, ha az értékkészlete megszámlálható: $R_\xi = \{x_1, x_2, \ldots\}$. A ξ diszkrét valószínűségi változó **eloszlása** vagy **valószínűségeloszlása** a lehetséges értékek valószínűségei: $p_{x_k} = P(\xi = x_k)$, $x_k \in R_\xi$. Egy ξ diszkrét változó várható értéke:

$$E(\xi) = \sum_{x\in R_\xi} xP(\xi = x) = x_1P(\xi = x_1) + x_2P(\xi = x_2) + \cdots$$

Tétel (A valószínűségeloszlások tulajdonságai)**.** Egy $p_0, p_1, \ldots$ sorozatot pontosan akkor egy valószínűségi változó eloszlása, ha teljesül az alábbi két feltétel:

- a sorozat elemei nemnegatívak, tehát $p_n \geq 0$ minden n esetén;
- a sorozat elemeinek az összege 1, tehát $p_0 + p_1 + \cdots = 1$.

Definíció. Egy ξ valószínűségi változó **folytonos eloszlású**, ha létezik olyan $f_\xi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény, hogy tetszőleges y valós szám esetén

$$F_\xi(y) = \int_{-\infty}^{y} f_\xi(x)\, dx\,.$$

Ekkor az f_ξ függvényt a ξ változó **sűrűségfüggvényének** nevezzük, és a változó **várható értéke**

$$E(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_\xi(x)\, dx\,.$$

Tétel. Ha ξ folytonos változó, akkor az eloszlásfüggvénye mindehol folytonos és $f_\xi = F'_\xi$. A folytonosságból következik, hogy tetszőleges $-\infty \le a \le b \le +\infty$ esetén $P(\xi = a) = 0$ és $P(a \le \xi \le b) = \int_a^b f_\xi(x)dx$.

Tétel (A sűrűségfüggvények tulajdonságai)**.** Egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény pontosan akkor egy ξ folytonos valószínűségi változó sűrűségfüggvénye, ha teljesíti az alábbi két feltételt:

- $f(x) \ge 0$ minden x valós szám esetén;
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$, tehát a függvény görbéje alatti teljes terület 1.

Definíció. Legyen ξ olyan valószínűségi változó, melynek véges a várható értéke. Ekkor a ξ változó **varianciája** vagy **szórásnégyzete**

$$\mathrm{Var}(\xi) = D^2(\xi) = E\Big(\big[\xi - E(\xi)\big]^2\Big)$$

A változó **szórása** a variancia négyzetgyöke: $D(\xi) = \sqrt{\mathrm{Var}(\xi)}$. A szórás azt mutatja meg, hogy mennyi a változónak a várható értéktől való átlagos eltérése. Az $E(\xi^2)$ várható értéket a ξ **második momentumának** nevezzük.

Tétel (A szórás meghatározása)**.** Ha ξ olyan változó, melynek véges a második momentuma, akkor $\mathrm{Var}(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2$.

Tétel. Legyen ξ diszkrét vagy folytonos valószínűségi változó, és legyen $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy tetszőleges függvény. Ekkor a $h(\xi)$ transzformált változó várható értéke az alábbi módon határozható meg:

- Ha ξ diszkrét, akkor

$$E\big(h(\xi)\big) = \sum_{x \in R_\xi} h(x)P(\xi = x) = h(x_1)P(\xi = x_1) + h(x_2)P(\xi = x_2) + \cdots$$

  Például $h(x) = x^2$ esetén $E(\xi^2) = \sum_{x \in R_\xi} x^2 P(\xi = x)$.

- Ha ξ folytonos és f_ξ a sűrűségfüggvénye, akkor

$$E\big(h(\xi)\big) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) f_\xi(x)\, dx\,.$$

  Például $h(x) = x^2$ esetén $E(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_\xi(x)dx$.

Tétel. Legyen $\xi_1, \ldots, \xi_m$ tetszőleges valószínűségi változó, és tekintsünk $a_1, \ldots, a_m, b$ valós számokat. Ekkor teljesülnek az alábbi azonosságok.

- A változók összegének a várható értéke:

$$E\big(a_1\xi_1 + \cdots + a_m\xi_m + b\big) = a_1E(\xi_1) + \cdots + a_mE(\xi_m) + b\,.$$

- A változók összegének a varianciája: ha $\xi_1, \ldots, \xi_m$ független, akkor

$$D^2\big(a_1\xi_1 + \cdots + a_m\xi_m + b\big) = a_1^2D^2(\xi_1) + \cdots + a_m^2D^2(\xi_m)\,.$$

A valószínűségszámítás legfontosabb törvényei

Definíció (Standardizálás)**.** Legyen η olyan valószínűségi változó, melynek véges a szórása. Ekkor ***η* standardizáltja** a következő változó: $(\eta - E(\eta))/D(\eta)$.

Tétel. Ha az η változó normális eloszlást követ, akkor a standardizáltja standard normális eloszlású változó.

Tétel (A 3σ-szabály)**.** Legyen η normális eloszlású változó tetszőleges μ várható értékkel és σ szórással. Ekkor

$$P\big(\mu - \sigma \le \eta \le \mu + \sigma\big) \approx 68\%, \qquad P\big(\mu - 2\sigma \le \eta \le \mu + 2\sigma\big) \approx 95\%,$$
$$P\big(\mu - 3\sigma \le \eta \le \mu + 3\sigma\big) \approx 99{,}75\%.$$

Tétel (de Moivre–Laplace-tétel)**.** Ha ξ binomiális eloszlású változó n és p paraméterrel, akkor tetszőleges a és b számok esetén

$$P\left(a \le \frac{\xi - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le b\right) \to \Phi(b) - \Phi(a)\,, \qquad n \to \infty\,.$$

Következmény. Az előző tétel feltételei mellett η legyen normális eloszlású valószínűségi változó $\mu = np$ és $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ paraméterrel. Ekkor

$$P\big(a \le \xi \le b\big) \approx P\big(a \le \eta \le b\big)\,.$$

Tétel (Centrális határeloszlás-tétel, CHT)**.** Legyen $\xi_1, \xi_2, \dots$ független és azonos eloszlású változó véges és pozitív szórással. Ekkor tetszőleges $a < b$ valós számok esetén

$$P\left(a \le \frac{(\xi_1 + \dots + \xi_n) - nE(\xi_1)}{\sqrt{n}D(\xi_1)} \le b\right) \to \Phi(b) - \Phi(a)\,, \qquad n \to \infty\,.$$

Következmény. Az előző tétel feltételei mellett η legyen normális eloszlású valószínűségi változó $\mu = nE(\xi_1)$ és $\sigma = \sqrt{n}D(\xi_1)$ paraméterrel. Ekkor

$$P\big(a \le \xi_1 + \dots + \xi_n \le b\big) \approx P\big(a \le \eta \le b\big)\,.$$

Tétel (A nagy számok Kolmogorov-féle törvénye)**.** Legyen $\xi_1, \xi_2, \dots$ független és azonos eloszlású valószínűségi változó véges várható értékkel. Ekkor

$$\frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n} \to E(\xi_1)\,, \qquad n \to \infty\,,$$

tehát a változók számtani átlaga konvergál a közös várható értékhez.

Tétel (A nagy számok Borel-féle törvénye)**.** Legyen A egy tetszőleges esemény, és jelölje $k_n(A)$ az A bekövetkezési gyakoriságát n végrehajtás után. Ekkor $k_n(A)/n \to P(A)$ amint $n \to \infty$, tehát a relatív gyakoriság konvergál az esemény valószínűségéhez.

3. dolgozat

A kovariancia és a korreláció tulajdonságai

Definíció. Legyen ξ és η olyan valószínűségi változó, melynek véges a szórása. Ekkor a két változó **kovarianciája**:

$$\mathrm{Cov}(\xi, \eta) = E\Big(\big[\xi - E(\xi)\big]\big[\eta - E(\eta)\big]\Big)$$

A két változó **korrelációja** vagy **korrelációs együtthatója**:

$$r(\xi, \eta) = \frac{\mathrm{Cov}(\xi, \eta)}{D(\xi)D(\eta)}$$

Ha $r(\xi, \eta) = 0$, akkor azt mondjuk, hogy a két változó **korrelálatlan**.

Tétel (A kovariancia és a korreláció tulajdonságai)**.** Legyen ξ és η olyan valószínűségi változó, melynek véges a szórása.

- **Szimmetria**: $\mathrm{Cov}(\xi, \eta) = \mathrm{Cov}(\eta, \xi)$ és $r(\xi, \eta) = r(\eta, \xi)$.
- Egy változónak az önmagával vett kovarianciája: $\mathrm{Cov}(\xi, \xi) = \mathrm{Var}(\xi)$.
- A korrelációs együttható értéke mindig a $[-1, 1]$ intervallumba esik.
- Ha a ξ és az η változó független, akkor ez a két változó korrelálatlan is, tehát $r(\xi, \eta) = 0$. Ennek az állításnak a megfordítása nem igaz, tehát a korrelálatlanságból általában még nem következik a függetlenség.
- Tetszőleges a és b valós számok esetén

$$D^2\big(a\xi + b\eta\big) = a^2 D^2(\xi) + b^2 D^2(\eta) + 2ab D(\xi) D(\eta) r(\xi, \eta)\,.$$

Matematika statisztika

Definíció. Legyenek $\xi_1, \ldots, \xi_n$ egy ξ háttérváltozó független megfigyelései. A $\xi_1, \ldots, \xi_n$ változókat n-elemű **statisztikai mintának** nevezzük.

Definíció. Legyen $\xi_1, \ldots, \xi_n$ statisztikai mintának a ξ háttérváltozóra, és legyen θ a ξ változónak egy ismeretlen paramétere.

- A θ paraméternek a minta alapján számolt $\hat{\theta}_n$ becslését **pontbecslésnek** nevezzük. A pontbecslés **erősen konzisztens**, ha 1 valószínűséggel $\hat{\theta}_n \to \theta$, amint $n \to \infty$.
- A mintából számolt $[a_n, b_n]$ intervallumot $1 - \alpha$ megbízhatóságú **konfidencia intervallumnak** nevezzük, ha $P(\theta \in [a_n, b_n]) = 1 - \alpha$.

Tétel. Az alapstatisztikák erősen konzisztens becslések, tehát $n \to \infty$ esetén 1 valószínűséggel teljesülnek az alábbi konvergenciák:

- Empirikus várható érték: $E_n(\xi) \to E(\xi)$.
- Korrigálatlan és korrigált empirikus variancia: $V_n(\xi) \to \mathrm{Var}(\xi)$, $V_n^*(\xi) \to \mathrm{Var}(\xi)$.
- Korrigálatlan és korrigált empirikus szórás: $D_n(\xi) \to D(\xi)$, $D_n^*(\xi) \to D(\xi)$.
- Empirikus kovariancia és korreláció: $C_n(\xi,\eta) \to \mathrm{Cov}(\xi,\eta)$, $r_n(\xi,\eta) \to r(\xi,\eta)$.

Definíció. Legyen $\xi_1, \ldots, \xi_n$ statisztikai minta a ξ háttérváltozóra. A mintából számolt **empirikus eloszlásfüggvény** az

$$F_n : \mathbb{R} \to [0,1]\,, \qquad F_n(x) = \frac{k_{x,n}}{n}\,, \qquad x \in \mathbb{R}\,,$$

függvény, ahol $k_{x,n}$ az x-nél kisebb mintaelemek száma.

Tétel (A matematikai statisztika alaptétele). Az empirikus eloszlásfüggvény egyenletesen erősen konzisztens becslése az F_ξ elméleti eloszlásfüggvénynek:

$$\sup_{x \in \mathbb{R}} \big|F_n(x) - F_\xi(x)\big| \to 0\,, \qquad n \to \infty\,.$$

Definíció. Legyen $x_1, \ldots, x_n$ statisztikai minta a ξ háttérváltozóra, és legyen θ a ξ változónak egy paramétere. Ekkor a **likelihood függvény** a következő függvény:

$$L(\theta) = \begin{cases} P(\xi = x_1) \cdot P(\xi = x_2) \cdot \ldots \cdot P(\xi = x_n)\,, & \text{ha } \xi \text{ diszkrét változó,} \\ f_\xi(x_1) \cdot f_\xi(x_2) \cdot \ldots \cdot f_\xi(x_n)\,, & \text{ha } \xi \text{ folytonos változó.} \end{cases}$$

A θ paraméter **maximum likelihood becslése** a likelihood függvény maximumhelye, amennyiben a maximumhely létezik.

Tétel (A hipotézisvizsgálat menete). Egy H_0 nullhipotézis tesztelése során az alábbi lépéseket hajtjuk végre:

1. A minta alapján kiszámoljuk a megfelelő s próbastatisztika értékét.
2. Meghatározzuk az s_α kritikus értéket.
3. Pontosan akkor fogadjuk el a nullhipotézist, ha $|s| \le s_\alpha$.

Definíció. A hipotézisvizsgálat során **elsőfajú hibát** vétünk, ha elvetünk egy igaz nullhipotézist. Az elsőfajú hiba valószínűségét α jelöli, és ezt a valószínűséget **szignifikancia szintnek** is nevezzük:

$$\alpha = P\big(\text{elvetjük } H_0\text{-t} \mid H_0 \text{ igaz}\big)\,.$$

A hipotézisvizsgálat során **másodfajú hibát** vétünk, ha elfogadunk egy hamis nullhipotézist. A másodfajú hiba valószínűségét β jelöli:

$$\beta = P\big(\text{elfogadjuk } H_0\text{-t} \mid H_0 \text{ hamis}\big)\,.$$

A **próba ereje** $1-\beta$, ami annak a valószínűsége, hogy elvetünk egy hamis nullhipotézist:

$$1 - \beta = P\big(\text{elvetjük } H_0\text{-t} \mid H_0 \text{ hamis}\big)\,.$$