

Sorozatok – Monotonitás, korlátosság

I. rész

$$1. \ a_n = \frac{1}{2n-7}, \quad 2. \ a_n = \frac{n+1}{2n-1}, \quad 3. \ a_n = \frac{1}{11-n^2}.$$

II. rész

$$1. \ a_n = \frac{n^2-9}{2n-7}, \quad 2. \ a_n = \frac{n^2-4}{9-2n},$$

$$3. \ a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}, \text{ ha } n \geq 1.$$

Sorozatok – Határérték – Definíció szerint

I. rész

$$1. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-7} = 0, \quad 2. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{3n+2} = \frac{2}{3}, \quad 3. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-3n}{n-5} = -3, \quad 4. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+3n}{2n^2-5} = \frac{1}{2}.$$

II. rész

$$1. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+3n}{2n-5} = \infty, \quad 2. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-3n}{5-2n} = -\infty.$$

Sorozatok – Határérték – Formálisan

I. a. rész

$$\begin{aligned} 1. \ \lim_{n \rightarrow \infty} n^2, \quad 2. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n}}, \quad 3. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{3}{2n^2} \right), \quad 4. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n + \sqrt[3]{3n^2} \right), \\ 5. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{3n-5}, \quad 6. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2-4}, \quad 7. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2-5}, \quad 8. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n-1}{2-n}, \\ 9. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3}}{n^2-5}, \quad 10. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+5}}{\sqrt{n^3+1}}. \end{aligned}$$

I. b. rész

$$11. \ \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{2n+3}), \quad 12. \ \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} - \sqrt{2n+3}),$$

$$13. \ \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n+3}), \quad 14. \ \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2-1} - \sqrt{n^2-n+1}).$$

II. rész

$$1. \ \lim_{n \rightarrow \infty} (2^n - n^4), \quad 2. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-5n}{2^n-n^3}, \quad 3. \ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n+n}{2^n-n^2},$$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n n^2}{8^n}$, 5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^{2n-1}$, 6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{n! + n^2 - 4}$,
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{5} - \sqrt[n]{n^2} \right)$, 8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{4} - \sqrt[n]{2}}{\sqrt[n]{2} - 1}$, 9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{3} - 1}{\sqrt[n]{27} - \sqrt[n]{9}}$,
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2 + 5n - 3}$, 11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n - n^2}$, 12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^{3n-1} - 3^n n}$.

III. rész

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{n+3} \right)^{\frac{2n-1}{5n-3}}$, 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{2n^2+3} \right)^{\frac{\sqrt{n-1}}{3\sqrt{n-3}}}$, 3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+3} \right)^{\frac{n+2}{3n+5}}$,
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{n+3} \right)^{n+1}$, 5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{2n^2+3} \right)^{2n-1}$, 6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{1-n}$.

IV. rész

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+3} \right)^{n+2}$, 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5} \right)^{n+2}$, 3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2-1}{2n^2+n+1} \right)^{2-n}$.

Sorozatok – Rekurzív sorozatok

I. rész

1. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$, ha $n \geq 1$,
2. $a_1 = 4$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$, ha $n \geq 1$,
3. $a_1 = 4$, $a_{n+1} = \sqrt{4a_n - 3}$, ha $n \geq 1$.

II. rész

1. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \sqrt{4a_n - 3}$, ha $n \geq 1$,
2. $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \frac{4a_n - 2}{a_n + 1}$, ha $n \geq 1$.