2015.01.20. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. A tanult módon vizsgáljuk az $a_1 = 5,\ a_n = \dfrac{3a_{n-1}+2}{a_{n-1}+2}$ $(n > 1)$ rekurzív sorozatot. *12pt*
2. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[7]{2-x}$ függvénynek az $a = \beta$ pont körüli harmadrendű Taylor–féle polinomját. *8pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = x \ln x^2$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^1 (\lambda+1)e^{-\lambda x}\, dx, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty \frac{2}{y^2+6y+9}\, dy, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 t\sin(t+2)\, dt.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat felülről korlátos. *5pt*

(ii) Az $\{a_n\}$ sorozat Cauchy-sorozat. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvény konvex az $[1,5]$ intervallumon. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Darboux–féle felső integrál. *5pt*

2015.01.20. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Lineáris transzformációk segítségével ábrázoljuk az $f(x) = \ln(3 - 2x)$ függvényt. *5pt*
2. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+3}{n-2n^2} = -\dfrac{1}{2}$. *10pt*
3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x^2}{1-x}$ függvényt. *15pt*
4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *35pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi/4} \sin^2 t \; dt, \qquad \text{(ii)} \int_0^1 \frac{y^3+1}{2-y} \; dy, \qquad \text{(iii)} \int_1^\infty \frac{z+2}{z^2+2z+2} \; dz.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat monoton nő. *5pt*

(ii) Az E halmaznak a 3 infimuma. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek helyi minimuma van $x = 2$–ben. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -1$. *5pt*

(v) Cauchy–féle maradéktag. *5pt*