

Bernoulli eloszlás:  $P(\xi = 1) = p$ ,  $P(\xi = 0) = 1 - p$ ,  $E(\xi) = p$ ,  $D(\xi) = \sqrt{p(1-p)}$ .

Binomiális eloszlás:  $P(\xi = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ ,  $E(\xi) = np$ ,  $D(\xi) = \sqrt{np(1-p)}$ .

Polinomiális eloszlás:  $P(\xi_1 = k_1, \dots, \xi_r = k_r) = \frac{n!}{k_1! \dots k_r!} \cdot p_1^{k_1} \dots p_r^{k_r}$ ,  $0 \leq p_i$ ,  $p_1 + \dots + p_r = 1$ ,  $k_i \geq 0$ ,  $k_1 + \dots + k_r = n$ ,  $r \geq 2$ .

Hipergeometrikus eloszlás:  $P(\xi = k) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ ,  $E(\xi) = n \frac{M}{N}$ ,

$$D^2(\xi) = n \frac{M}{N} \left(1 - \frac{M}{N}\right) \left(1 - \frac{n-1}{N-1}\right), \quad M < N, \quad n \leq N.$$

Geometriai eloszlás:  $P(\xi = k) = (1-p)^{k-1} p$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ,  $E(\xi) = \frac{1}{p}$ ,  $D(\xi) = \frac{\sqrt{1-p}}{p}$ .

Negatív binomiális eloszlás:  $P(\xi = r+k) = \binom{r+k-1}{k} p^r (1-p)^k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $E(\xi) = \frac{r}{p}$ ,

$$D(\xi) = \frac{\sqrt{r(1-p)}}{p}, \quad r \geq 1.$$

Poisson eloszlás:  $P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $E(\xi) = \lambda$ ,  $D(\xi) = \sqrt{\lambda}$ .

Normális eloszlás:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ,  $-\infty < x < \infty$ ,  $E(\xi) = \mu$ ,  $D(\xi) = \sigma$ .

Egyenletes eloszlás:  $f(x) = \frac{1}{b-a}$ , ha  $a < x < b$ ,  $F(x) = \frac{x-a}{b-a}$ , ha  $a < x < b$ ,  $E(\xi) = \frac{a+b}{2}$ ,

$$D(\xi) = \frac{b-a}{\sqrt{12}}.$$

Exponenciális eloszlás:  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ , ha  $x > 0$ ,  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ , ha  $x > 0$ ,  $E(\xi) = D(\xi) = \frac{1}{\lambda}$ .

$k$ -adrendű  $\lambda$  paraméterű gamma eloszlás ( $k$  db független exponenciális eloszlású valószínűségi változó összegének sűrűségfüggvénye):  $f(x) = \frac{\lambda^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\lambda x}$ , ha  $x > 0$ .

Többdimenziós normális eloszlás:  $f(\underline{x}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{\det(D)}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\underline{x}-\underline{\mu})^T D^{-1}(\underline{x}-\underline{\mu})}$ ,  $\underline{x} \in R^n$ .

$\chi^2$  eloszlás:  $\chi^2 = \xi_1^2 + \dots + \xi_n^2$

Student eloszlás:  $t = \frac{\xi_0}{\sqrt{\frac{\xi_1^2 + \dots + \xi_n^2}{n}}}$  F eloszlás:  $F = \frac{\frac{1}{m}(\eta_1^2 + \dots + \eta_m^2)}{\frac{1}{n}(\xi_1^2 + \dots + \xi_n^2)}$

$$E_n(\xi) = \frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{n}, \quad V_n(\xi) = \frac{1}{n} \sum_i (\xi_i - E_n(\xi))^2, \quad D_n(\xi) = \sqrt{V_n(\xi)}$$

$$V_n^*(\xi) = \frac{n}{n-1} V_n(\xi), \quad D_n^*(\xi) = \sqrt{V_n^*(\xi)}, \quad C_n(\xi, \eta) = \frac{1}{n} \sum_i (\xi_i - E_n(\xi))(\eta_i - E_n(\eta))$$

$$r_n(\xi, \eta) = \frac{C_n(\xi, \eta)}{D_n(\xi)D_n(\eta)}, \quad y = ax + b, \quad \hat{a} = r_n(\xi, \eta) \frac{\sqrt{V_n(\eta)}}{\sqrt{V_n(\xi)}}, \quad \hat{b} = E_n(\eta) - \hat{a}E_n(\xi)$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (\eta_i - E_n(\eta))^2, \quad SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{\eta}_i - E_n(\eta))^2, \quad SSE = \sum_{i=1}^n (\eta_i - \hat{\eta}_i)^2, \quad \hat{\eta}_i = \hat{a}\xi_i + \hat{b}$$

$$\left[ E_n(\xi) - x_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, E_n(\xi) + x_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right], \quad \sigma = \sqrt{V_n^*(\xi)}, \quad x_\alpha = \Phi_{n-1}^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\left[ E_{n_1}(\xi) - E_{n_2}(\eta) - x_\alpha D_{n_1, n_2}^*, E_{n_1}(\xi) - E_{n_2}(\eta) + x_\alpha D_{n_1, n_2}^* \right], \quad x_\alpha = \Phi_{n_1+n_2-2}^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$D_{n_1, n_2}^* = \sqrt{\left( (n_1 - 1)V_{n_1}^*(\xi) + (n_2 - 1)V_{n_2}^*(\eta) \right) \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}}$$

$$\left[ \sqrt{\frac{nV_n(\xi)}{b}}, \sqrt{\frac{nV_n(\xi)}{a}} \right], \quad a = F_{\chi^2, n-1}^{-1} \left( \frac{\alpha}{2} \right), \quad b = F_{\chi^2, n-1}^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$$

$\xi_1, \dots, \xi_n$  statisztikai minta,  $H_0$ : nullhipotézis.

$S_n$ : tesztstatisztika (általában képlet alapján számoljuk ki)

$K(\alpha)$ : kritikus vagy elvetési tartomány (gyakran táblázat segítségével határozzuk meg)

$\alpha$ : szignifikancia-szint (ha nincs megadva, általában 0,05-nak vagy 0,01-nak választjuk)

$\mathbf{R} - K(\alpha)$ : elfogadási tartomány (gyakran így néz ki:  $[-s_\alpha, s_\alpha]$ , ekkor  $s_\alpha$  a kritikus érték)

próba	feltétel	$H_0$	$s_n$	$s_\alpha$
$u$	$\sigma$ ismert	$\mu = \mu_0$	$u = \frac{E_n(\xi) - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$u_\alpha = \Phi^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$
$t$	$\sigma$ ismeretlen	$\mu = \mu_0$	$t = \frac{E_n(\xi) - \mu_0}{\sqrt{V_n^*(\xi)}/n}$	$t_\alpha = \Phi_{n-1}^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$
kétm. t	$\sigma_1 = \sigma_2$	$\mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$	$t = \frac{E_{n_1}(\xi) - E_{n_2}(\eta) - \Delta_0}{D_{n_1, n_2}^*}$	$t_\alpha = \Phi_{n_1+n_2-2}^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$
szórásv.		$\sigma = \sigma_0$	$\frac{nV_n(\xi)}{\sigma^2}$	$F_{\chi^2, n-1}^{-1}(1 - \alpha)$
F	$\frac{V_{n_1}^*(\xi)}{V_{n_2}^*(\eta) \cdot \tau_0^2} \geq 1$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \tau_0$	$F = \frac{V_{n_1}^*(\xi)}{V_{n_2}^*(\eta) \cdot \tau_0^2}$	$F_\alpha = F_{n, m}^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right)$ ( $DF_1, DF_2 = (n, m) = (n_1 - 1, n_2 - 1)$ )
$\chi^2$	$n > \max_i \left\{ \frac{10}{p_i} \right\}$ $E_1, \dots, E_r$ TER	$P(E_i) = p_i$	$\sum_{i=1}^r \frac{(\varphi_i - np_i)^2}{np_i}$ $\varphi_i$ : $E_i$ beköv. száma	$\chi_\alpha^2 = F_{\chi^2, r-1}^{-1}(1 - \alpha)$

Akkor fogadjuk el  $H_0$ -t, ha  $|s_n| \leq s_\alpha$ .

Illeszkedésvizsgálat: (adott eloszlású-e a minta)

$\xi_1, \dots, \xi_n$  minta,  $x_1, \dots, x_{r-1}$  osztópontok,  $I_i = [x_{i-1}, x_i)$  intervallumok,  $x_0 = -\infty$ ,  $x_r = \infty$ .

$H_0: F(x) = F_0(x)$  minden  $x \in \mathbf{R}$

$H'_0: P(E_i) = P(\xi \in I_i) = P(x_{i-1} \leq \xi < x_i) = F_0(x_i) - F_0(x_{i-1}) = p_i$  módosított nullhipotézis)

Innen a  $\chi^2$  próbát alkalmazzuk ( $E_i = \{\xi \in I_i\}$ ,  $p_i = F_0(x_i) - F_0(x_{i-1})$ ).

A  $\chi^2$  próba kivételével a fenti próbák normális eloszlású mintákra vonatkoznak, de kiterjeszthetők a centrális határeloszlástétel segítségével nem normális eloszlásúakra is. A  $\mu$  próba és t próba kiterjesztett változatában a tesztstatisztikát ( $S_n$ ) ugyanúgy számoljuk, a kritikus értéket ( $s_\alpha$ ) viszont a normális eloszlás táblázatából keressük ki mindkét esetben:  $x_\alpha = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ .

$H_0$	ELFOGADJUK	ELVETJÜK
IGAZ	HELYES valószínűsége: $1 - \alpha$	ELSŐFAJÚ HIBA valószínűsége: $\alpha$
NEM IGAZ	MÁSODFAJÚ HIBA valószínűsége: $\beta$	HELYES valószínűsége: $1 - \beta$

A teszt konzisztens, ha  $\beta \rightarrow 0$ , ha  $n \rightarrow \infty$ .