4. Sorbaállítások, átrendezések

1. Barbara, Bea, Bori, Balázs és 4 barátjuk (Attila, András, Ali és Anna) moziba ment. Mind a 8 jegy egy sorba, egymás mellé szólt. A 8 ember hány különböző ülésrendben foglalhat helyet, ha az azonos betűvel kezdődő keresztnevűek közül semelyik kettő nem kerül egymás mellé?

2. a) Tekintsük azon négyjegyű számokat, melyek minden jegye különböző, és nem tartalmaznak 0-t. Mennyi ezeknek a számoknak az összege?
b) És mi a helyzet, ha a 0 számjegy is megengedett?

3. Hányféleképpen állhat be n vásárló egy bolt k pénztárához fizetni? (A vásárlókat és a pénztárakat is megkülönböztetjük.)

4. Hány olyan sorbaállítása van az $\{1, 2, \ldots, n\}$ halmaznak, hogy az első helyen álló szám kivételével minden másik i számra igaz, hogy $i-1$ vagy $i+1$ az i előtt áll vahahol?

5. n különböző pár zoknit rakunk be egy mosógépbe. A mosás után a zoknikat egyesével húzzuk ki a mosógépből. Hányféle kihúzási sorrend esetén lesz az i-edik kihúzott zokni az, amelyik az első párt fejezi be?

6. Hányféleképpen lehet leírni a MISSISSIPPI szó betűit úgy, hogy a négy S betű ne kerüljön egymás mellé?

7. Hány nullára végződik a $((3!)!)!$ szám?

8. Bizonyítsuk be az $(n!)^{n+1} | (n^2)!$ oszthatóságot, lehetőleg kombinatorikus úton.

9. Legyen $p_n(k)$ egy n elemű halmaz pontosan k fixponttal rendelkező permutációinak száma. Bizonyítsuk be, hogy $\sum_{k=0}^{n} k p_n(k) = n!$.

10.$^{+}$ Egy városban csak két család közötti lakáscserét lehet elvégezni (több családot érintő lakáscsere tilos), és egy család egy nap csak egyszer költözhet. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges lakáscsere elvégezhető két nap alatt.