

2. BINOMIÁLIS EGYÜTTHATÓK, POLINOMOK

VÉGEREDMÉNYEK, ÖTLETEK

1. $\binom{9}{3} \cdot 2^{91}$.
2. $\binom{5}{2} \binom{11}{2}$. Lásd *Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok*, 3.4. feladat.
3. $\binom{5}{2}^5 = 100.000$.
4. 1000.
5. $1 - \frac{\binom{86}{5}}{\binom{90}{5}}$. Lásd *Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok*, 3.6. feladat.
6. Az $\{1, \dots, 2n\}$ halmaz $(2k+1)$ -elemű részhalmazait párbaállíthatjuk a tükörképükkel, ahol egy $\{r_1, \dots, r_{2k+1}\}$ részhalmaz tükörképe a $\{2n+1-r_1, \dots, 2n+1-r_{2k+1}\}$ halmaz.
7. Hasonló az előző feladathoz, csak a paritás függvényében maradhatnak pár nélkül halmazok (amelyek megegyeznek a saját tükörképükkel).
8. Az a), b), d) alfeladatokhoz lásd *Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok*, 3.17. feladatát. A c)-beli azonosság mindkét oldala azt számolja meg, hogy hányféleképpen lehet kijelölni egy fős n osztályból egy akárhány tagú csapatot, majd a csapattagok közül egy kapitányt választani. (A bal oldal a csapat mérete szerint osztályozva számol; a jobb oldalon először választjuk a kapitányt, majd utána a többi csapattagot.)
9. a) Mindkét oldal az $\{1, 2, \dots, n+1\}$ halmaz kételemű részhalmazait számolja meg. (A bal oldal a legnagyobb elem szerint osztályoz.)
b) Mindkét oldal azon $(i, j, k) \in \{1, \dots, n+1\}^3$ hármasokat számolja meg, amelyekre $i < k$ és $j < k$ teljesül. (A bal oldal k szerint osztályoz. A jobb oldalon az első tag azokat a hármasokat számolja meg, amelyek 3 különböző számból állnak, a második tag pedig azokat, amelyekre $i = j$.)
10. a) Mindkét oldal azt számolja meg, hogy hány olyan n hosszú sorozat van, amelynek minden eleme az $\{0, 1, \dots, m\}$ halmazból kerül ki. (A jobb oldal a nemnulla elemek száma szerint osztályoz.)
b) A $p(x) = 1 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \binom{n}{3}x^3 + \dots + \binom{n}{n}x^n - (1+x)^n$ polinomnak végtelen sok gyöke van az a) szerint (minden pozitív egész szám gyök), így ez csak az azonosan 0 polinom lehet.
11. Lásd *Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok*, 3.21. feladat.
12. a) Számoljunk helyiértékenként.
b) $(1+2+\dots+9)(0+1+\dots+9)(0+1+\dots+9)(0+1+\dots+9) = 45^4$.
13. b) A műveletek elvégzése után az a)-beli polinomban x^n együtthatója megadja (tetszőleges n -re), hogy n forintnyi összeget hányféleképpen tudunk kifizetni a pénztárcánkban található érmékkel.
14. Lásd *Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok*, 3.39. feladat.