

1. ZÁRTHELYI DOLGOZAT, A CSOPORT

1. (6 pont) Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \text{ és } C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Számítsd ki a következő mátrixokat (azokat, amelyek léteznek):

$$C^T + 3C, A(B^T + C), (B + A)C.$$

2. (6 pont) Eleme-e az $(1, 2, 3)$ vektor a $[(-1, 2, 1), (1, -3, 2), (-1, 0, 7)]$ altérnek?

3. (6 pont) Döntsd el, hogy lineárisan független vektorrendszert, generátorrendszert, illetve bázist alkotnak-e az alábbi vektorok az $\mathbb{R}^3$ vektortérben (ez 3 különböző kérdés):

$$(3, 1, 2), (-1, 2, -2), (2, 1, 3), (1, 2, 6).$$

4. (6 pont) Határozd meg az x valós paraméter értékét úgy, hogy az alábbi determináns értéke -8 legyen!

$$\begin{vmatrix} -1 & x & x-3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -x & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

(Vagy 3 pontért számítsd ki a determinánst az $x = 2$ paraméterértékre.)

5. (7 pont) Oldd meg a következő lineáris egyenletrendszert a p paraméter függvényében! (Vagy 3,5 pontért oldd meg csak a $p = 3$ esetben!):

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= -1 \\ 2x_1 + x_2 + (p^2 + 8)x_3 &= p - 8. \end{aligned}$$

6. (10 pont)

- Igaz-e, hogy az $(A^T A)^2$ művelet tetszőleges méretű A mátrix esetén értelmezve van?
- Hogyan változik egy 5×5 -ös mátrix determinánsa, ha mindegyik sorát fordított sorrendben írjuk le? (Tehát ha például a 3. sor „1 3 0 6 4” volt, akkor abból „4 6 0 3 1” lesz.)
- Alteret alkot-e az $U = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2^2 = 0\}$ halmaz az $\mathbb{R}^3$ vektortérben?

Válaszainkat mindig részletesen indokoljuk!

Jó munkát!