

9. GYAKORLÁS

1. Oldjuk meg a következő lineáris egyenletrendszert a p paraméter függvényében!

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 - x_3 = -2 \\ -2x_1 + 3x_2 + (p^2 - 9)x_3 = p + 8. \end{cases}$$

2. Igaz vagy hamis? (Indokoljuk válaszunkat.)

- a) Ha egy 3×3 -as mátrix sorvektora lineárisan független vektorrendszert alkotnak, akkor az oszlopvektora is lineárisan független vektorrendszert alkotnak (az $\mathbb{R}^3$ vektortérben).
- b) Van olyan 4×4 -es mátrix, melynek determinánsa 2015, és a mátrix sorvektora lineárisan függő vektorrendszert alkotnak (az $\mathbb{R}^4$ vektortérben).

3. Igaz vagy hamis? (Indokoljuk válaszunkat.)

- a) Ha egy lineáris egyenletrendszernek kevesebb egyenlete van, mint ahány ismeretlene, akkor végtelen sok megoldása van.
- b) Ha egy *homogén* lineáris egyenletrendszernek kevesebb egyenlete van, mint ahány ismeretlene, akkor végtelen sok megoldása van.
- c) Ha egy lineáris egyenletrendszernek több egyenlete van, mint ahány ismeretlene, akkor nem lehet végtelen sok megoldása.

4. Bizonyítsuk be az alábbi állításokat:

- a) Egy 3×3 -as *alsó trianguláris* mátrix sajátértékei pontosan a mátrix főátlójában álló elemek.
- b) Ha egy 3×3 -as mátrix utolsó sora „0 0 7”, akkor a mátrixnak sajátértéke a 7.
- c) Egy négyzetes mátrixnak pontosan akkor sajátértéke a 0, ha a mátrix determinánsa 0.

5. Adjon meg egy olyan 2×2 -es mátrixot, amelynek sajátértéke a 3, és nem tartalmaz nullát!