

Név: _____

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ

Lineáris algebra

A csoport

Hétfő 13–15

2013. március 18.

1. (6 pont) Igazak-e a következő állítások? (Válaszaidat indokold!)
- a) Egy 4×4 -es determináns értéke nem változik, ha sorait fordított sorrendbe írjuk be egy determinánsba. (Azaz az utolsó sorból lesz az 1. sor, a 3. sorból lesz a 2. sor, és így tovább.)
- b) Ha egy lineáris egyenletrendszer több ismeretlent tartalmaz, mint ahány egyenletet, akkor a lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van. (Ha igaz, bizonyítsd be, ha nem igaz, akkor adj ellenpéldát.)
2. (5 pont) Számítsd ki a következők közül, amelyek léteznek!
 $A^T B$, $C^T + AB$, $A + C$, ahol
- $$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$
3. (5 pont) Döntsd el, hogy eleme-e a $v = (-3, -6, 6)$ vektor az $U = [(1, 4, 2), (2, 5, -2)]$ altérnek.
4. (6 pont) Döntsd el az alábbi vektorrendszerekről, hogy lineárisan függetlenek-e, generátorrendszerek-e a megfelelő $\mathbb{R}^n$ vektortérben.
- a) $(1, -3, 1), (-1, -4, 2)$,
- b) $(1, -1, 3), (-2, 3, -8), (2, -3, 10), (-1, 3, -7)$,
- c) $(1, -1, 0, 4), (0, 2, -1, 3), (-1, 3, 0, 3), (2, -4, 3, 13)$.
5. (6 pont) Határozd meg az x valós paraméter értékét úgy, hogy a determináns 0 legyen.

$$\begin{vmatrix} 0 & x+4 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & x-5 \end{vmatrix}$$

6. (6 pont) Az a valós paraméter értékétől függően oldd meg a következő egyenletrendszert Gauss-eliminációval.

$$\begin{array}{rrcr} x_1 & +2x_2 & +x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & +2x_2 & +2x_3 & = & 6 \\ -3x_1 & -4x_2 & +(a^2-4)x_3 & = & a-6 \end{array}$$

7. (6 pont) Az alábbi $U, V \subseteq \mathbb{R}^4$ alterekre teljesül-e az $U = V$ egyenlőség? Add meg lineáris egyenletek segítségével az U alteret!

$$U = [(1, -1, 2, 0), (0, 1, -1, 1)], \quad V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_4 - x_2 - x_1 = 0\}.$$