

EHA:

Név:

KOMBINATORIKA MINTAVIZSGA #1

0. VEGYES

- Hány részhalmaza van az $\{1, \dots, 10\}$ halmaznak?
- Definiálja egy H halmaz átrendezését.
- Hányféleképpen lehet a KOMBINATORIKA szó betűit sorbaállítani?
- Mikor nevezünk egy gráfot fának? (Egy definíció elég a sok ekvivalens közül.)
- Mit nevezünk klikknek (egy gráfban)?

1. MULTIHALMAZOK

- Mit értünk egy H halmaz feletti multihalmazon?
- Hogyan definiáltuk egy multihalmaz elemszámát?
- Egy 3 elemű halmaz felett hány 10 elemű multihalmaz van? Tömören indokoljuk meg válaszunkat. A gondolatmenet lényegét (a „kódolást”) illusztráljuk példával is!

2. LINEÁRIS REKURZÍÓ

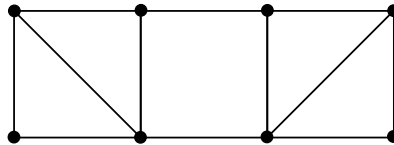
Az $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sorozatot az alábbi lineáris rekurzióval definiáltuk:

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 1; \quad a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \quad (\text{ha } n \geq 2).$$

- A rekurzív definíció alapján számolja ki az a_2 és a_3 sorozatelemeket.
- Oldjuk meg a rekurziót, azaz adjunk zárt formulát a_n -re.

3. EULER-VONAL

- Mit nevezünk egy gráf Euler-vonalának?
- Euler tételének segítségével döntse el, hogy van-e Euler-vonal az ábrán látható gráfban:



- Bizonyítsa be az Euler-tétel *zárt* Euler-vonalakra vonatkozó állításának egyszerűbb irányát (a feltételek szükségességét): Tehát mutassa meg, hogy ha egy gráfban van zárt Euler-vonal, akkor a gráf rendelkezik a tételbeli tulajdonságokkal.

4. CSÚCSSZÍNEZÉSEK

- Definiálja egy gráf jó színezését és kromatikus számát.
- Mondja ki a négyszín-tételt.
- Igazolja, hogy tetszőleges G egyszerű gráf kromatikus száma legfeljebb $\Delta(G) + 1$, ahol $\Delta(G)$ a legnagyobb foksámot jelöli G -ben.