

1. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

Válaszainkat mindig részletesen indokoljuk!

1. Hány olyan sorbaállítás van a KOMBINATORIKA szó betűinek, amely nem úgy kezdődik, hogy KOMBI? (4 p.)

2. Hány olyan részhalmaza van az $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ halmaznak, amely pontosan három egyjegyű számot tartalmaz? (4 p.)

3. Egy egységnyi oldalhosszú négyzetbe elhelyeztünk tíz pontot. Bizonyítsuk be, hogy lesz köztük kettő, amelyek távolsága legfeljebb $\sqrt{2}/3$. (4 p.)

Segítség: Idézzük fel az órán megoldott hasonló feladat megoldását. $10 = 3 \cdot 3 + 1$.

4. Hányféleképpen lehet az alábbi listában kitölteni a hiányzó pontszámokat úgy, hogy a fiúk összesített pontszáma 100 pont, a lányok összesített pontszáma 90 pont legyen? (Minden pontszám egy tetszőleges nemnegatív egész szám lehet.) (4 p.)

EREDMÉNYEK:	
Ágoston Tamás	... pont
Balázsi Erika	... pont
Faragó Gábor Zoltán	... pont
Hanzó Viktor	... pont
Hulmann Ádám Ferenc	... pont
Iglódi Ferenc	... pont
Karvák Beatrix	... pont
Komlósi Csilla Ildikó	... pont
Kubatovics Kata	... pont
Nagy Ádám	... pont
Ország Ramóna	... pont
Szibilla Dorka	... pont
Varga Kristóf	... pont

5. Kizárólag az A, B, C, D betűket használva hány olyan (nem feltétlenül értelmes) 15 betűs szót lehet felírni, amelyben mind a négy betű előfordul? (4 p.)

6.⁺ Igazoljuk kettős leszámlálással, hogy

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = 2 \binom{n+1}{3} + \binom{n+1}{2}.$$

(4 p.)

Jó munkát!