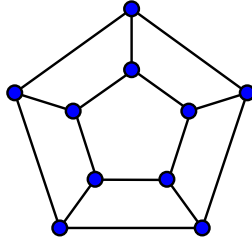


## 2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

- a) Páros-e az ábrán látható gráf?  
b) Határozzuk meg a gráf kromatikus számát!



- Egy sakkversenyen 10 nő és 20 férfi vett részt. A verseny folyamán minden nő 6 játszmát játszott, és összesen 34 olyan sakkjátszma volt, amelyben egy férfi és egy nő mérkőzött meg egymással. Hány olyan játszma volt, amelyben mindkét fél nő volt?
- $G$  egy olyan páros gráf, amelyben az egyik színosztály 4 pontot tartalmaz, a másik pedig 5-öt.
  - Lehet-e  $G$ -ben Hamilton-út?
  - Lehet-e  $G$ -ben Hamilton-kör?  
(‘Igen’ válasz esetén mutassunk egy alkalmas  $G$ -t, ‘nem’ válasz esetén indokoljunk.)
- Egy  $n$  pontú  $G$  gráfban nincs kör, és  $G$  komponenseinek száma  $c$ . Bizonyítsuk be, hogy  $G$  éleinek száma  $n - c$ .
- Igazoljuk, hogy ha egy gráfban minden pont foka páros, akkor a gráf irányítható úgy, hogy a kapott irányított gráfban minden pont kifoka megegyezzen a befokával.
- Van  $2n$  golyónk: 2 db piros, 2 db kék, 2 db zöld, ... ( $n$ -féle szín fordul elő). Hányféleképpen lehet a  $2n$  golyót sorbaállítani úgy, hogy semelyik két ugyanolyan színű golyó ne kerüljön egymás mellé? (Az azonos színű golyókat nem különböztetjük meg.)  
*Segítség:* Logikai szita a Mississipp partján ...

*Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.*

*Jó munkát!*