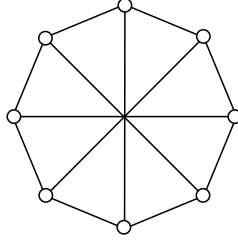
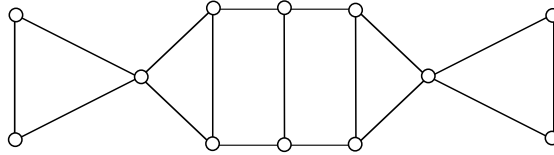


2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

1. Határozzuk meg az alábbi gráf kromatikus számát:



2. Döntsük el, hogy van-e Euler-vonal, Hamilton-út illetve Hamilton-kör az alábbi gráfban:



3. Egy 100 pontú fában minden nem levél pont foka 3. Hány levele van a fának?

4. Bizonyítsuk be, hogy minden G egyszerű gráf esetén G vagy \overline{G} összefüggő.

5. Oldjuk meg a következő rekurziót: $a_0 = 5$, $a_1 = 0$ és $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$ (ha $n \geq 2$).

6.⁺ Az osztály n tanulója egy kör alakú asztalnál ül, amikor betoppan a Mikulás. A Mikulás minden gyereknek egy szaloncukrot szeretne adni úgy, hogy szomszédos gyerekek különböző fajtát kapjanak. Igazoljuk, hogy ha a puttonyában k fajta szaloncukor van (mindegyikből elegendően sok), akkor ezt $(k-1)^n + (-1)^n(k-1)$ -féleképpen teheti meg.

(Tehát azt kell igazolni, hogy ennyiféle jó k -színezése van az n pontú körnek, ha a csúcsok színei a rögzített $\{1, \dots, k\}$ palettából kerülnek ki, és nem kötelező minden színt felhasználni.)

Segítség: Célt érhetünk logikai szitával is.

Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.

Jó munkát!