

9. RAMSEY-ELMÉLET, PÁROS GRÁFOK

1. a) Egy versenyen $(m - 1)n + 1$ ember szerepel. Bizonyítsuk be, hogy van közöttük m ember, akik páronként nem ismerik egymást, vagy van egy ember, aki legalább n másikat ismer.

b) Igaz marad-e az állítás, ha eggyel kevesebb ember vesz részt a versenyen? [16.1]

2. Egy n pontú teljes gráf ($n \geq 3$) éleit kiszínezzük két színnel. Bizonyítsuk be, hogy lesz olyan Hamilton-kör, amely teljesen egyszínű, vagy két egyszínű ívből áll. [16.2]

3. Igazoljuk, hogy tetszőleges hurékelmentes irányított gráf éleit lehet úgy színezni két színnel, hogy ne alakuljon ki egyszínű irányított kör.

4. Az n pontú teljes gráf éleit kiszíneztük n színnel, mindegyik színt felhasználva ($n \geq 3$). Mutassuk meg, hogy kialakul „tarka” háromszög, azaz olyan három pontú kör, amelynek 3 éle 3 különböző színt kapott.

5.− Mely gráfok párosak a következő gráfok közül? [9.31]

a) K_n , vagyis az n pontú teljes gráf;

b) C_n , vagyis az n pontú kör;

c) S_k , vagyis a k élű csillag;

d) P_k , vagyis a k élű út;

e) Q_n , a 7. feladatsor 4/a feladatában szereplő n dimenziós kocka.

6. Melyek azok az egyszerű páros gráfok, melyek izomorfak a komplementerükkel?

7. Egy klubesten tizennégy fő vett részt. Egy játék során mindenki felírta egy cédulára, hogy az est folyamán hány különböző (ellenkező nemű) partnerrel táncolt. A cédulákon rendre a

3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6

számok szerepeltek. Bizonyítsuk be, hogy valaki tévedett.

8. Mutassuk meg, hogy tetszőleges hurokélmentes gráfból páros gráfot kaphatunk legfeljebb az élek felének elhagyásával.

9.+ Igazoljuk, hogy tetszőleges hurokélmentes gráfból alkalmas élek elhagyásával olyan páros gráfot kaphatunk, melyben minden csúcs foka legalább az eredeti fokszámának fele.