König-Hall-tétel: Legyen G páros gráf, A, F színosztályokkal. G-ben akkor és csak akkor van A-t lefedő párosítás, ha G-ben nincs König-akadály.

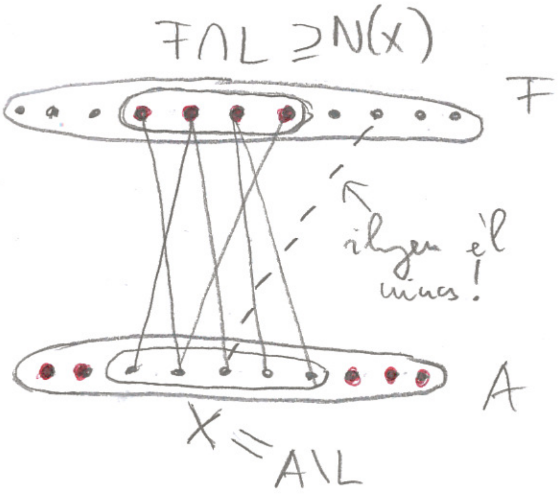
Biz.: „$\Leftarrow$" Láttuk, hogy ha G-ben van A-t lefedő párosítás, akkor nincs benne König-akadály.

Kell még: Ha G-ben nincs A-t lefedő párosítás (azaz ha $\nu(G)<|A|$), akkor G-ben van König-akadály.

Ezért tfh. $\nu(G)<|A|$.

$\Downarrow$ König-tétel: $\tau(G)=\nu(G)$ páros gráfokra

$\tau(G)<|A|$, tehát van $|A|$-nál kisebb pontszámú L lefogó p.h. G-ben.



Legyen $X := A \setminus L$.
(L pontjai pirosak az ábrán.)

Ekkor $N(X) \subseteq F\cap L$, mert minden X-ből induló él F-beli végpontja L-ben van (különben nem lenne lefogva az él).

$$|A\cap L| + |F\cap L| = |L| < |A| = |X| + |A\cap L|$$

$$\Downarrow$$

$$|F\cap L| < |X|,$$

és így $N(X)\subseteq F\cap L$ miatt $|N(X)|\le|F\cap L|<|X|$, tehát X König-akadály. $\square$