$$\boxed{C(x) = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} \quad \text{formális hatványsor együtthatói?}}$$

Newton-formula, $x \leftarrow -4x$ helyettesítéssel

$$\sqrt{1-4x} = (1-4x)^{1/2} \stackrel{\swarrow}{=} \sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} (-4x)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} (-4)^n x^n = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \binom{1/2}{n}(-4)^n x^n.$$

Részletszámítás*: Ha $n \geq 1$ ($n=1$?!),

$$\binom{1/2}{n}(-4)^n = \frac{1/2 \cdot (1/2-1)(1/2-2)\dots(1/2-n+1)}{n!}(-4)^n =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\dots\cdot\left(-\frac{2n-3}{2}\right)}{n!}(-4)^n =$$

$$= \frac{(-1)^{n-1}\, 1\cdot 3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-3)}{2^n n!}(-4)^n = -\frac{1\cdot 3\cdot 5\dots(2n-3)}{n!}2^n =$$

$$= -\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\dots\cdot(2n-2)}{2^{n-1}(n-1)!\,n!}2^n = -\frac{(2n-2)!}{(n-1)!\,n!}\cdot 2 = -2\cdot\frac{1}{n}\binom{2n-2}{n-1}.$$

bővítjük a törtet $2\cdot 4\cdot 6\dots(2n-2) = 2^{n-1}(n-1)!$-sal

$$\Rightarrow C(x) = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\left(1+\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2}{n}\binom{2n-2}{n-1}x^n\right)}{2x} =$$

osztás értelmes, deg(számláló) = 1

$$= \frac{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n}\binom{2n-2}{n-1}x^n}{2x} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\binom{2n-2}{n-1}x^{n-1} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}x^n. \Longrightarrow \boxed{C_n = [x^n]C = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}}$$

$$-2 = \binom{1/2}{1}(-4)^1 \stackrel{\checkmark}{=} -\frac{2}{1}\binom{0}{0} = -2$$

*Megj.: A részletszámítás végeredménye $n=1$-re is helyes.