

KOMBINATORIKA MINTAVIZSGA #3

0. BEUGRÓ

- Egy n elemű halmaznak hány sorbaállítása van?
- Definiálja egy halmaz részhalmazának karakterisztikus vektorát.
- Írja fel a Catalan-számokat definiáló rekurziót!
- Mit értünk egy gráf részgráfján?
- Mikor nevezünk egy gráfot páros gráfnak?

1. BINOMIÁLIS EGYÜTTHATÓK

- Sorolja fel az $\{1, 2, 3, 4\}$ halmaz kételemű részhalmazait.
- Mit számol meg az $\binom{n}{k}$ binomiális együttható?
- Vezesse le a binomiális együtthatókra vonatkozó (pl. a Pascal-háromszög felírásánál használt) rekurzív összefüggést, lehetőleg kombinatorikus módon.
- Írja fel a binomiális tétel általánosítását, a Newton-formulát.

2. FIBONACCI-SZÁMOK

- Adja meg a Fibonacci-számok rekurzív definícióját.
- Számítsa ki F_5 értékét.
- Adjon meg egy olyan összeszámlálási problémát, amelyre az F_n Fibonacci-szám a válasz. (Rövid indoklással.)
- Vezesse le a Fibonacci-számok generátorfüggvényének zárt alakját.

3. ÖSSZEFÜGGŐSÉG, FÁK

- Mikor mondjuk, hogy egy gráf összefüggő?
- Definiálja a komponens fogalmát. Az ehhez szükséges relációt is vezesse be, és bizonyítsa annak ekvivalenciareláció voltát.
- Rajzoljon fel egy tetszőleges 8 pontú fát!
- Hány éle van egy n pontú fának? (Indoklás nélkül.)

4. EXTREMÁLIS GRÁFELMÉLET

- Definiálja a klikk fogalmát.
- Rajzolja le a $T_{8,3}$ Turán-gráfot.
- Mondja ki Turán tételét.
- Bizonyítsa be a tétel speciális esetét, a Mantel-tételt (háromszögmentes egyszerű gráfok élszámáról).