

KOMBINATORIKA MINTAVIZSGA #2

0. BEUGRÓ

- Egy n elemű halmaznak hány részhalmaza van?
- Mit értünk egy multihalmaz sorbaállítása alatt?
- Definiálja az $\binom{n}{k}$ binomiális együtthatót (egy megszámlálási problémára adott választként). Adja meg $\binom{5}{3}$ számértékét!
- Mikor nevezünk egy gráfot összefüggőnek?
- Mit nevezünk egy gráf Euler-vonalának?

1. ÁTRENDEZÉSEK, PERMUTÁCIÓK

- Definiálja egy H halmaz átrendezését/permutációját.
- Legyen π a következő $[6] \rightarrow [6]$ permutáció:
$$\pi(1) = 3, \pi(2) = 5, \pi(3) = 4, \pi(4) = 1, \pi(5) = 2, \pi(6) = 6.$$
Hány ciklusa van π -nek?
- Írja fel az $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}$ számokra vonatkozó rekurziót, és *tömören* indokolja a helyességét.

2. LINEÁRIS REKURZIÓ

Tekintsük az $a_0 = 2, a_1 = 1; a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ (ha $n \geq 2$) lineáris rekurzióval definiált $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sorozatot.

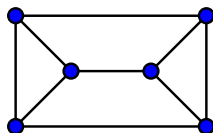
- A rekurzív definíció alapján számítsa ki az a_2 és a_3 elemeket.
- Generátorfüggvény-módszerrel oldja meg a lineáris rekurziót, azaz adjon formulát a_n -re.
- Az előző válasz alapján adja meg a_{100} értékét zárt alakban.

3. PÁROSÍTÁSOK

- Definiálja a párosítás és teljes párosítás fogalmakat.
- Definiálja a Kőnig-akadály fogalmát (páros gráfban).
- Egy Kőnig-akadály mit akadályoz meg egy páros gráfban? És miért?
- Mondja ki a Kőnig–Hall-tételt.

4. CSÚCSSZÍNEZÉSEK

- Definiálja egy gráf jó színezését és kromatikus számát!
- Adja meg az ábrán látható gráf egy jó színezését (most nem szükséges optimális szín-számra törekedni).



- Igazolja, hogy ha G összefüggő, nem reguláris egyszerű gráf, akkor $\chi(G) \leq \Delta(G)$, ahol $\Delta(G)$ a legnagyobb G -beli fokszámot jelöli.