


KEDVENC FELADATAIM

1. Mi a sorozat következő eleme?

- a)  ...
- b) 1000, 22, 20, 13, 12, 11, ...
- c) 31, 41, 59, 26, 53, 58, ...

2. Tegyük fel, hogy az ember pontosan két hétig bírja evés nélkül, és szintén pontosan két hétig bírja alvás nélkül. Mit tennél kétheti éhezés és alvatlanság végén: ennél-e vagy aludnál?

3. Az ábrán egy sakkjátszma aktuális állása látható. Mi volt az utolsó lépés?



4. A Zsákbamacska tévés vetélkedő nyertese 3 ajtó közül választhat. A szabályok szerint egyik ajtó mögött autó várja, a másik kettő mögött vigaszdíj. A játékos választ egy ajtót. Ekkor a műsorvezető a papírjába néz, és kinyit egy másik ajtót, amely vigaszdíjat rejtett; továbbá felkínálja a játékosnak, hogy most utoljára még megváltoztathatja döntését. Érdeemes-e változtatnia?

5. *Egy hasonló, de jóval meglepőbb feladat következik:*

Előttünk van két lezárt boríték; mindkettő egy pozitív valós számot tartalmaz. A számokról semmilyen további információnk nincs azon kívül, hogy különbözők. Az egyik boríték tartalmát megnézhetjük, majd eldönthetjük, hogy ezt a felnyitott borítékot, vagy a másik (lezárt) borítékot választjuk magunknak. Adjunk meg egy olyan stratégiát, amelyet követve $1/2$ -nél nagyobb valószínűséggel választjuk a nagyobbik számot tartalmazó borítékot magunknak, akármilyen számokat is rejtenek a borítékok!

6. Egy kör alakú autópálya mentén benzinkutak vannak, melyek együttes benzinkészlete éppen egy kör megtételéhez elegendő. Bizonyítsuk be, hogy ekkor a pályának van olyan pontja, amelyből üres tankkal indulva meg tudunk tenni egy kört!

7. *Egy kis számtech:*

Mi a hiba az alábbi C programban?

```
void main()
{
    int a,b,c,*p,*q;
    p=&a;
    q=&b;
    *p=6;
    *q=3;
    c=*p/*q;
}
```

8. Még egy kis számtech (folklór feladat):

Írjunk olyan nullparaméteres programot tetszőleges nyelven, amely kiírja a saját forráskódját a képernyőre! (Nullparaméteres alatt azt értem, hogy a programot ne lehessen „kívülről” befolyásolni, például nem olvashat fájlból, nem lehet parancssori argumentuma stb.)

9. Valós életbeli szerepe miatt szeretem az alábbi feladatot (az érték szubjektivitása miatt kialakuló viták rendezhetőek):

a) A frissen zsákmányolt aranyport szeretné igazságosan elosztani n rabló. A probléma az, hogy ehhez nincs megfelelő mérőműszerük, a szemmértékük pedig nem feltétlenül egyezik. Hogyan lehetséges az elosztás úgy, hogy mindegyik rabló úgy gondolja, hogy ő legalább $1/n$ -ed részt kapott a zsákmányból?

b) Most a rablók úgy szeretnének osztozkodni, hogy az osztozkodás végén mindegyik meg legyen győződve arról, hogy senki sem kapott nála többet. Adjunk meg egy lehetséges elosztási módszert $n = 3$ esetén!

10. Egy négyzet alakú földterület $n \times n$ kisebb négyzetre van felosztva. Ha egy területrésznek legalább két (oldal)szomszédja gazos, akkor ez a terület is elgazosodik (de csak ekkor). Lehetséges-e, hogy az egész földterület elgazosodik, ha kezdetben $n - 1$ területrész volt gazos?

11. Igazoljuk, hogy $a, b, c \geq 0$ esetén

$$\sqrt{a^2 + b^2 - ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - bc} \geq \sqrt{a^2 + c^2 + ac}$$

12. a) Adott egy szakasz és egy vele párhuzamos, őt nem tartalmazó egyenes. Harmadoljuk meg csak vonalzó használatával a szakaszt!

b) Adott egy egyenes és egy rá nem illeszkedő pont. Állítsunk a pontból merőlegest az egyenesre minél kevesebb körzőzéssel!

13. \mathcal{C} gondolt két számra. Egyiket megsúgja \mathcal{A} -nak, a másikat megsúgja \mathcal{B} -nek. Ezután \mathcal{C} kinyilatkoztatja (\mathcal{A} és \mathcal{B} jelenlétében), hogy mindkét szám 1 és 100 közötti egész, valamint egyik kétszerese a másiknak. Ezután a következő párbeszéd zajlik le \mathcal{A} és \mathcal{B} között:

\mathcal{A} : – Nem tudom a számodat.

\mathcal{B} : – Nem tudom a számodat.

\mathcal{A} : – Nem tudom a számodat.

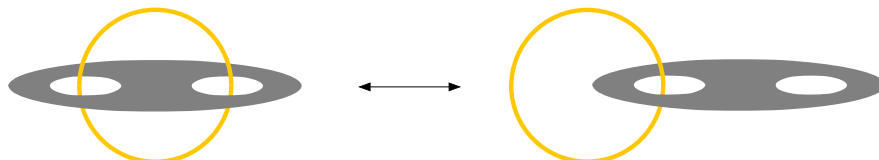
\mathcal{B} : – Tudom már, a te számod $a(z)$...

Mit mondott \mathcal{B} ? Tudjuk-e, hogy mi az ő száma?

14. a) Egy faluban 100 házaspár él. A férfiak okosak, továbbá a feleségük kivételével az összes nőről tudják, hogy hűtlenek-e vagy sem. A faluban tilos beszélni a nőkről és a hűtlenségről. Azonban ha egy férj rájön arra, hogy felesége megcsalta, akkor a következő hajnali 6 órakor a folyóba dobja a hölgyet a többi 99 férfi jelenlétében. Az eddigi tényeket a falu lakói is tudják. Egy napon vándor érkezik, és a falugyűlésen felszólalva mindenki tudomására hozza, hogy van hűtlen nő a faluban. A vándor érkezése utáni első 99 hajnalon nem történik semmi rendkívüli, azonban a 100. hajnalon minden férfi beledobja a feleségét a folyóba. Hogyan derült fény az asszonyok hűtlenségére?

b) Mi a vándor szerepe? Hiszen minden férfi minden nap látott 99 hűtlen asszonyt, így a vándor kijelentése a férfiak számára látszólag semmitmondó.

15. Adott egy vékony gumilap két lyukkal és egy fémkarika a bal oldali ábrán látható elrendezésben. Igazoljuk, hogy a gumi elszakítása nélkül elérhető a jobb oldali állapot! (A gumi ideális: tetszőlegesen nyújtható és összenyomható.)



16. Egy asztalnál beszélget 3 matematikus hölgy. Szeretnék kideríteni, hogy közülük ki a legidősebb és a legfiatalabb, de úgy, hogy ezen kívül semmi más információt ne szerezhessen egyikük sem. Hogyan tehetik ezt meg, ha annyit sugdolózhatnak, amennyit akarnak?

17. Délben a kör alakú városfal 12 óre napi ellenőrző útjára indul. Mindenki saját órhelyéről indul az óramutató járásával megegyező vagy ellentétes irányba, és akkora állandó sebességgel halad, hogy 1 óra alatt tenne meg egy kört. Azonban ha két őr találkozik, akkor mindketten rögtön megfordulnak, és változatlan sebességgel haladnak tovább. Igazoljuk, hogy éjfélkor minden őr ugyanott lesz, ahonnan délben indult!

18. *Elérkeztünk kedvenc feladatomhoz:*

Adott egy 100 cm sugarú körlap, amelyet 1 cm széles (elegendően hosszú) szalagokkal szeretnénk lefedni. (A szalagok átfedhetik egymást, de nem hajtogathatjuk őket, azaz mindegyik egy téglalap alakú területet fed le a síkból.) Könnyen látható, hogy ez 200 szalaggal megtehető. Igazoljuk, hogy 199 szalaggal nem fedhető le a körlap.

19. *Még egy hasonló feladat:*

Téglalap alaprajzú szobánk téglalap alakú parkettákkal van parkettázva (hézagmentesen). Minden parketta egyik oldalhossza 1 egység, továbbá a parketták úgy vannak elhelyezve, hogy oldalaik párhuzamosak a szoba téglalap alakú padlójának oldalaival. (A parketták másik oldalhosszára nincs megkötés, és ez a méret parkettánként változhat.) Mutassuk meg, hogy ilyen parkettázás csak akkor létezik, ha a leparkettázott (téglalap) padlóterületnek van egész hosszúságú oldala!

20. *A következő feladat egy ismert középiskolai fejtörő általánosítása, a megoldás egy kevés felsőfokú matematikai ismeretet is igényel:*

Egy börtönben megszámlálhatóan végtelen sok rab lakik. A börtönigazgató a következő gonosz játékot találta ki: A rabokat egymás mögé felsorakoztatja úgy, hogy a sorban lesz egy utolsó ember, de előrefelé végtelen hosszú a sor. Minden rab fejére egy piros vagy kék sapka kerül véletlenszerűen, de mindenki csak az előtte állók sapkáit látja, a sajátját és a mögötte álló véges sok emberét nem (hátrafordulni tilos). A rabok feladata, hogy jól megtippeljék a saját sapkájuk színét; rossz tipp esetén az illető rabot felakasztják. A tippelés menete a következő: Az utolsó helyen álló rab hangosan mond egy színt (pirosat vagy kéket, ezt mindenki hallja), ezután az utolsó előtti rab tippel, majd az az előtt álló, és így tovább, mindenki sorra kerül. A rabok még a játék kezdete előtt megbeszélhetnek egy stratégiát. Igazoljuk, hogy létezik olyan stratégia, amellyel az utolsó rab kivételével mindenki megmenekülhet az akasztástól!