

10. feladatsor

1. Fejtse hatványsorba az

$$f(x) = \frac{1}{3-x}$$

függvényt!

2. Fejtse hatványsorba az

$$f(x) = x^3 e^{-2x}$$

függvényt!

3. Legyen

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad \text{és} \quad g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}.$$

(a) Igazolja, hogy $f'(x) = g(x)$ és $g'(x) = f(x)$.

(b) Igazolja, hogy

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{és} \quad g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

4. Keresse meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} nx^n$$

sor összegét, ha $|x| < 1$.

5. Keresse meg a

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1)x^{n-2}$$

sor összegét, ha $|x| < 1$.

6. Keresse meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$$

sor összegét, ha $|x| < 1$.