

8.1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^{-x^2} = ?$

**Megoldás.** Ez egy  $\infty \cdot 0$  típusú határérték, ami „problémás”. A problémás határértékek kiszámolásában segít(het) a L'Hospital-szabály, de az csak hányadosokra alkalmazható. A fenti függvényre ezért hányados alakban tekintünk a negatív kitevőjű hatvány átírásával:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^{-x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{x^2}} \stackrel{\text{L'H}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x)'}{(e^{x^2})'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{x^2} \cdot 2x} \stackrel{\frac{1}{\infty \cdot \infty}}{=} 0.$$

A második egyenlőségénél azért alkalmazhattuk a L'Hospital-szabályt, mert a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{x^2}}$  határérték  $\frac{\infty}{\infty}$  típusú.