7.3.) Deriváljunk formálisan:

$$\left(\frac{5-2e}{x}\right)' = \Big(\underbrace{(5-2e)}_{\text{konstans}}\cdot\frac{1}{x}\Big)' = (5-2e)\cdot\left(\frac{1}{x}\right)' = (5-2e)\cdot(x^{-1})' =$$

$$= (5-2e)\cdot(-1)\cdot x^{-2} = \underline{\underline{(2e-5)\cdot\frac{1}{x^2}}}$$

---

$$(e^x\cdot \underbrace{e^3}_{\text{konstans}})' = e^3\cdot(e^x)' = \underline{\underline{e^3\cdot e^x}}.$$

---

$$\left(\frac{3x+5}{2}\right)' = \Big(\frac{1}{2}(3x+5)\Big)' = \frac{1}{2}\underbrace{(3x+5)'}_{(3x+5)'=3} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}.$$

$\uparrow$ konstans

---

$$(\underbrace{x\cdot\sin x}_{f(x)}\cdot\underbrace{e^x}_{g(x)})' = (x\cdot\sin x)'e^x + x\cdot\sin x\cdot\underbrace{(e^x)'}_{e^x} = (*)$$

~~kortat~~ szorzat deriválása

$$\Big\ulcorner\ (x\sin x)' = \underbrace{x'}_{1}\sin x + x\underbrace{(\sin x)'}_{\cos x} = \sin x + x\cdot\cos x\ \Big\lrcorner$$

$$(*) = (\sin x + x\cdot\cos x)\cdot e^x + x\cdot\sin x\cdot e^x =$$

$$= \underline{\underline{e^x\sin x + e^x x\cos x + e^x x\sin x}}.$$

---

$$\left(\sqrt[3]{1-x}\right)' = \left(\boxed{(1-x)}^{1/3}\right)' = \frac{1}{3}\cdot\boxed{(1-x)}^{-2/3}\cdot\underset{(1-x)'}{(-1)} = -\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{(1-x)^{2/3}} =$$

$\uparrow$ összetett fgv.: külső fgv.: $x^{1/3}$, belső fgv.: $1-x$

$$= \underline{\underline{-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\left(\sqrt[3]{1-x}\right)^2}}}$$

$$\left(\frac{1}{1-x}\right)' = \left(\boxed{(1-x)}^{-1}\right)' = (-1)\cdot\boxed{(1-x)}^{-2}\cdot \overset{(1-x)'}{(-1)} = (1-x)^{-2} = \underline{\underline{\frac{1}{(1-x)^2}}}.$$

összetett fgv.: külső fgv.: $x^{-1}$
belső fgv.: $1-x$

2. m.o.:

hányados deriválása

$$\left(\frac{1}{1-x}\right)' = \frac{1'\cdot(1-x) - 1\cdot(1-x)'}{(1-x)^2} = \frac{0\cdot\cancel{(1-x)} - 1\cdot(-1)}{(1-x)^2} = \underline{\underline{\frac{1}{(1-x)^2}}}.$$

---

$$\left(\cos\boxed{(x^2)}\right)' = -\sin\boxed{(x^2)}\cdot \overset{(x^2)'}{2x} = \underline{\underline{-2x\sin(x^2)}}.$$

összetett fgv.: külső fgv.: $\cos x$
belső fgv.: $x^2$

---

$$(\underbrace{3x}_{f(x)}\,\underbrace{\cos 4x}_{g(x)})' = (3x)'\cos 4x + 3x\cdot(\cos 4x)' = \underline{\underline{3\cos 4x - 12x\sin 4x}}$$

szorzat

$(3x)' = 3$

$(\cos 4x)' = -\sin(4x)\cdot \overset{(4x)'}{4} = -4\sin 4x$

összetett fgv: külső: $\cos x$
belső: $4x$

---

$$(\underbrace{x^2}_{f(x)}\,\underbrace{e^{-x}}_{g(x)})' = \overbrace{(x^2)'}^{2x}e^{-x} + x^2\underbrace{(e^{-x})'} = 2x\,e^{-x} + x^2(-e^{-x}) = \underline{\underline{2xe^{-x} - x^2e^{-x}}}.$$

szorzat

$$(e^{\boxed{-x}})' = e^{\boxed{-x}}\cdot \overset{(-x)'}{(-1)} = -e^{-x}$$

összetett fgv.: külső: $e^x$
belső: $-x$

---

$$(e^{\boxed{x^2-2}})' = e^{\boxed{x^2-2}}\cdot \overset{(x^2-2)'}{2x} = \underline{\underline{2x\,e^{x^2-2}}}.$$

összetett fgv. külső: $e^x$
belső: $x^2-2$

$$\left(-\frac{1}{x}\right)' = (-x^{-1})' = -(-1)x^{-2} = 1/x^2$$

$$\left(e^{\boxed{-1/x}}\right)' = e^{\boxed{-1/x}} \cdot \frac{1}{x^2} = \underline{\underline{\frac{1}{x^2} e^{-1/x}}}$$

összetett fgv.: külső: $e^x$

belső: $-1/x$

---

$$(\underbrace{x}_{f(x)} \underbrace{e^{-1/x^3}}_{g(x)})' \underset{\text{szorzat}}{=} x' e^{-1/x^3} + x \cdot \left(e^{-1/x^3}\right)' = e^{-1/x^3} + x \cdot e^{-1/x^3} \cdot \frac{3}{x^4} = (**)$$

$$\left(-\frac{1}{x^3}\right)' = (-x^{-3})' = 3x^{-4}$$

$$\left(e^{\boxed{-1/x^3}}\right)' = e^{\boxed{-1/x^3}} \cdot \frac{3}{x^4}$$

összetett fgv.: külső: $e^x$

belső: $-\frac{1}{x^3}$

$$(**) = \underline{\underline{e^{-1/x^3} + \frac{3}{x^3} e^{-1/x^3}}}.$$

---

$$\left(\underbrace{\frac{1}{x}}_{f(x)} \cdot \underbrace{\ln^{2/3} x}_{g(x)}\right)' \underset{\text{szorzat}}{=} \left(\frac{1}{x}\right)' \ln^{2/3} x + \frac{1}{x} \left(\ln^{2/3} x\right)' = (***)$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = (-1) \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\ln^{2/3} x\right)' = \left(\boxed{(\ln x)}^{2/3}\right)' = \frac{2}{3} \cdot \boxed{\ln x}^{-1/3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{\ln x}} \cdot \frac{1}{x}$$

$(\ln x)'$

összetett fgv.: külső: $x^{2/3}$

belső: $\ln x$.

$$(***) = -\frac{1}{x^2} \cdot \ln^{2/3} x + \frac{1}{x} \cdot \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{\ln x}} \cdot \frac{1}{x} = \underline{\underline{-\frac{1}{x^2} \ln^{2/3} x + \frac{2}{3x^2} \frac{1}{\sqrt[3]{\ln x}}.}}$$