

7.1.)

Az $f(x) = x + \frac{1}{x}$ fgv. deriváltja az $a=3$ pontban (definíció szerint).

M.o.:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Tehát $f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + \frac{1}{x}) - (3 + \frac{1}{3})}{x - 3} =$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x - 3} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3 + \frac{3 - x}{3x}}{x - 3} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3 - \frac{x - 3}{3x}}{x - 3} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{x - 3} \left(1 - \frac{1}{3x}\right)}{\cancel{x - 3}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \left(1 - \frac{1}{3x}\right) = 1 - \frac{1}{3 \cdot 3} = \frac{8}{9}$$