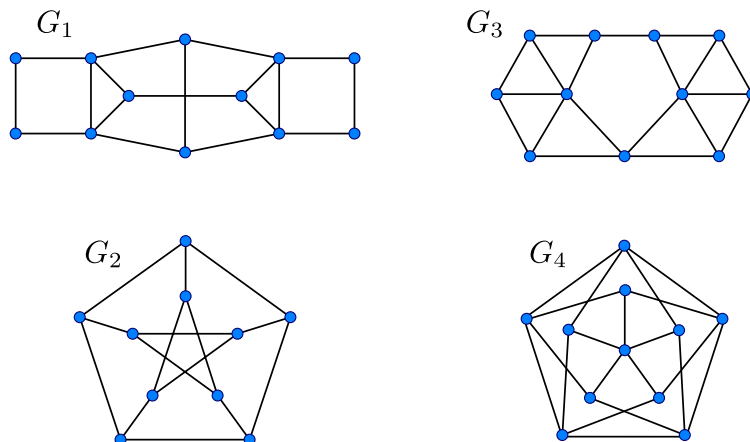


6. SZÍNEZÉSEK

1. Határozzuk meg az ábrán látható gráfok kromatikus számát:



2. Vegyünk egy 4 hosszú kört és egy 5 hosszú kört (melyek csúcsdiszjunktak). A 4 hosszú kör minden pontját kössük össze az 5 hosszú kör összes pontjával. Mennyi az így kapott (9 pontú) gráf kromatikus száma?

3. Definiáljuk a következő egyszerű gráfot: A gráf csúcsai egy sakktábla mezői, és két csúcs (mező) pontosan akkor összekötött, ha egy király egyikről a másikra léphet szabályos lépéssel. Mennyi a kapott gráf kromatikus száma?

4.⁺ A G gráf csúcshalmaza $\{1, \dots, 100\}$, és két különböző csúcs (szám) pontosan akkor összekötött, ha relatív prímek. Igazoljuk, hogy $\chi(G) = \pi(100) + 1$, ahol $\pi(100)$ jelöli azt, hogy hány prímszám van 1-től 100-ig.

5.⁺ Az $\{1, \dots, 100\}$ csúcshalmazon egy egyszerű gráfot definiálunk: Legyen két különböző csúcs (szám) pontosan akkor összekötött, ha egyik osztja a másikat. Határozzuk meg a kapott gráf kromatikus számát.

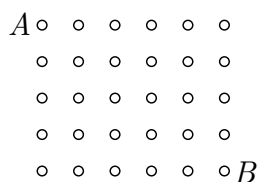
6.⁺ Adott a síkon néhány egyenes úgy, hogy semelyik három nem halad át közös ponton. A keletkező metszéspontok alkotják a G gráf csúcshalmazát, és két csúcs pontosan akkor összekötött G -ben, ha szomszédos metszéspontok valamelyik egyenesen. Igazoljuk, hogy G kromatikus száma legfeljebb 3.

Segítség: Egy alkalmas sorrendben haladva színezzük mohó módon a csúcsokat.

7. Mely gráfok párosak a következő gráfok közül?

- a) K_n , vagyis az n pontú teljes gráf;
- b) C_n , vagyis az n pontú kör;
- c) S_n , vagyis az n élű csillag;
- d) P_n , vagyis az n élű út;
- e) Az 1. feladatban szereplő gráfok.

8. Az ábrán látható karikák egy telken lévő gyümölcsfákat jelölik.



Az A -val jelölt fán egy cinke, a B -vel jelölt fán egy rigó ül. Időegységenként mindkét madár a tőle északi, déli, keleti vagy nyugati irányban álló legközelebbi fák egyikére repül. Lehetséges-e, hogy valamikor mindketten ugyanazon a fán ülnek?

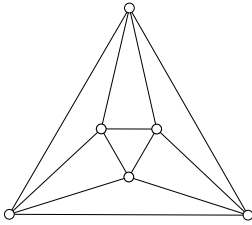
9. Egy klubesten tizennégy fő vett részt. Egy játék során mindenki felírta egy cédulára, hogy az est folyamán hány különböző (ellenkező nemű) partnerrel táncolt. A cédulákon rendre a

3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6

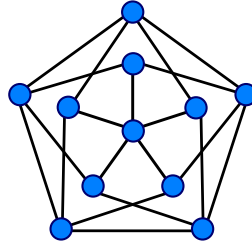
számok szerepeltek. Bizonyítsuk be, hogy valaki tévedett.

10. Határozzuk meg az alábbi gráfok élkromatikus számát!

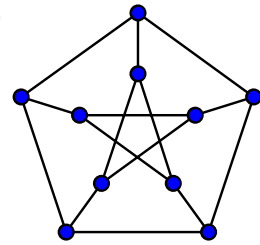
a)



b)



c)



d) C_9 -ből a körön másodsomszédos csúcsok összekötésével nyert gráf,

e) K_n teljes gráf.