

9. feladatsor

Az angol nyelvű feladatok angolul adandók be.

1. Solve the equation

$$a^2 + l^2 + b^2 + r^2 + e^2 + c^2 + h^2 = t^2,$$

where a, l, b, r, e, c, h and t are (not necessarily distinct) primes. (Csányi János)

2. Do there exist square matrices A and B such that $AB - BA$ is identity matrix?

SEGÍTSÉG: Honlapon.

3. Bizonyítsuk be, hogy ha a pozitív tagú $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sor konvergens, akkor a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{\frac{n}{n+1}}$ sor is az.

4. Adott egy G csoport, melynek egységeleme e . A $\phi: G \rightarrow G$ leképezésre teljesül, hogy valahányszor $g_1 g_2 g_3 = e = h_1 h_2 h_3$, mindannyiszor

$$\phi(g_1)\phi(g_2)\phi(g_3) = \phi(h_1)\phi(h_2)\phi(h_3).$$

Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan $a \in G$ elem, hogy a $\psi: G \rightarrow G$, $\psi(x) := a\phi(x)$ leképezés homomorfizmus.

5. Legfeljebb mekkora sugarú kör fér bele egy 4-dimenziós egységkockába?

6. n éhes matematikus hallgató m egyforma pizzát szeretne úgy elosztani, hogy mindenkinek ugyanakkora adag jusson. Igazoljuk, hogy ehhez legalább $m + n - (m, n)$ szeletre kell vágni a pizzákat, és ennyi pizzaszelettel meg is oldható az elosztás, ahol (m, n) a legnagyobb közös osztót jelöli.

SEGÍTSÉG: Honlapon.