

5. feladatsor

Az angol nyelvű feladatok angolul adandók be.

1. Legyen x az a szám, amelynek tizedestört alakja a természetes számok egymás mellé írásából áll, nevezetesen $x = 0,12345678910111213 \dots$. Mutassuk meg, hogy x irracionális.

2. Let $A = 4444^{4444}$. Let B be the sum of the decimal digits of A . Let C be the sum of the decimal digits of B . Let D be the sum of the decimal digits of C . What is D ?

SEGÍTSÉG: Honlapon, több részletben.

3. Az $f_1, \dots, f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható függvények lineárisan függetlenek. Bizonyítsuk be, hogy az $f'_1, \dots, f'_n$ függvények között van legalább $n - 1$ lineárisan független.

4. Legyen

$$\mathcal{T} = \{(a, b, c) \in \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+ : \text{létezik nemelfajuló háromszög } a, b, c \text{ oldalhosszokkal}\}.$$

Számítsuk ki a

$$\sum_{(a,b,c) \in \mathcal{T}} \frac{2^a}{3^b 5^c}$$

összeget.

5. Does there exist a continuous function $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ that assumes every element of its range an even (finite) number of times?

SEGÍTSÉG: Honlapon, több részletben.

6. Az n -edfokú, komplex együtthatós $P(z)$ polinom minden gyöke a komplex sík egységgörére esik. Bizonyítsuk be, hogy a

$$2zP'(z) - nP(z)$$

polinom gyökei is ugyanezen a körvonalon vannak.