

0. feladatsor

A 2-3. feladatokat túl nehéznek gondolom ahhoz, hogy „rendes” feladatsorba kerüljenek. Az első óra rendhagyó módon előadás jellegű lesz, ott fogom elmondani a megoldásokat.

1. Egy síkon egymást keresztező egyenes utak mentén egy-egy autó halad egyenletes sebességgel (továbbá nincs olyan útkereszteződés, ahol kettőnél több út fut össze). Igazoljuk, hogy ha van két autó, amelyek minden más autóval találkoznak a megfelelő útkereszteződésekben, akkor bármely autó bármely másikkal is találkozik.

2. $2n + 1$ valós számra teljesül, hogy bárhogy hagyjuk el az egyiket, a megmaradókat két n elemű csoportra lehet osztani úgy, hogy a két csoportban a számok összege megegyezik. Bizonyítsuk be, hogy ez csak úgy lehetséges, ha a számok mind egyenlők.

3.⁺ Legyen n pozitív egész szám és $N = 1 + 2 + \dots + n$. Előttünk van N kártya, néhány kupacba szétosztva. Egy lépésben a következőt tesszük: Minden kupacból elveszünk egy kártyát, és az így elvett kártyákból egy új kupacot képzünk. (A kártyaelvétellel az 1-elemű kupacok „eltűnnek”.) Bizonyítsuk be, hogy ezen lépés ismételtetésével előbb-utóbb eljutunk egy olyan szituációhoz, hogy egy 1-elemű, egy 2-elemű, \dots , és egy n -elemű kupac van előttünk (valamilyen sorrendben), bármilyen kiinduló konfigurációból is indultunk.