

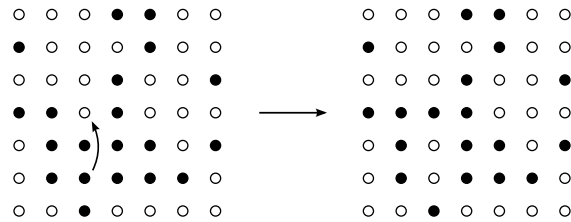
0. feladatsor

Az alábbi feladatokat túl nehéznek gondolom ahhoz, hogy „rendes” feladatsorba kerüljenek. Az első óra rendhagyó módon előadás jellegű lesz, ott fogom elmondani a megoldásokat.

1. Adott egy 100 cm sugarú körlap, amelyet 1 cm széles (elegendően hosszú) szalagokkal szeretnénk lefedni. (A szalagok átfedhetik egymást, de nem hajtogathatjuk őket, azaz mindig egy téglalap alakú területet fed le a síkból.) Könnyen látható, hogy ez 200 szalaggal megtehető. Igazoljuk, hogy 199 szalaggal nem fedhető le a körlap.

2. Egy egyszerű gráf minden csúcánál van egy villanykörte és egy nyomógomb. Kezdetben egyik körte sem ég. Ha egy v csúchoz tartozó gombot megnyomunk, akkor a v -hez és a v szomszédaihoz tartozó körték aktuális állapota (felkapcsolva/lekapcsolva) megváltozik. Bizonyítsuk be, hogy elérhető, hogy az összes villanykörte fel legyen kapcsolva.

3.⁺ A $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ négyzetrács bizonyos pontjain bábuk állnak. A túske játék mintájára egy lépésben egy bábuval átugorhatunk egy vele szomszédos bábut, ha ezzel üres mezőre kerülünk; majd az átugrott bábut le kell venni a „tábláról” (lásd ábra). Átlós irányban nem ugorhatunk, csak vízszintesen és függőlegesen.



Igazoljuk, hogy ha kezdetben minden bábu az x -tengelyen vagy az alatt helyezkedik el, akkor egy bábut sem tudunk eljuttatni $y = 5$ magasságra ilyen lépésekkel.