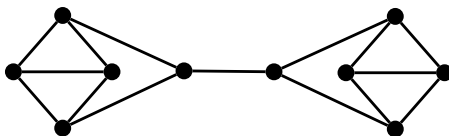


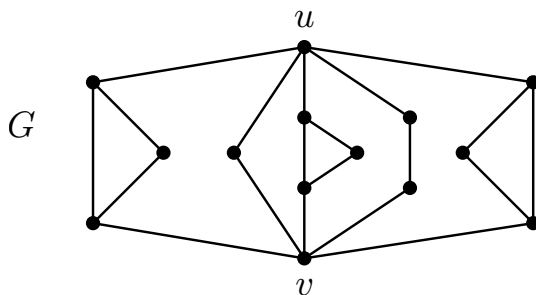
## 1. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

1. Határozzuk meg az alábbi ábrán látható gráf élkromatikus számát:



2. a) Hagyjuk el az ábrán látható  $G$  gráfból az  $u$  és  $v$  csúcsokat, és rajzoljuk le a kapott  $G - \{u, v\}$  gráfot.

b) Határozzuk meg  $\nu(G)$  értékét!



3. Egy  $2n$  pontú egyszerű gráfban minden pont foka  $k$ . A gráf tetszőleges  $n$  pontját pirosra színeztük, a maradék  $n$  pontot pedig kékre. Lehetséges-e, hogy a két piros pontot összekötő élek száma 2015, a két kék pontot összekötő élek száma pedig 2016?

4. Hány feszítőfája van a  $K_{m,n}$  teljes páros gráfnak?

5. Egy asztalon 36 pénzérme van: 5, 10, 20, 50, 100 és 200 forintosok, mindegyik fajtából 6 darab. Az érmék egy  $6 \times 6$ -os „négyzetet” alkotnak, ezen belül az érmék elrendezése véletlenszerű. Igazoljuk, hogy lehetséges minden sorból választani egy érmét úgy, hogy a 6 kiválasztott érme mind különböző értékű legyen. (Ennél a feladatnál mindent bizonyítani kell, ami nem előadáson szereplő tétel.)

*Segítség:* Használjuk a Kőnig–Hall-tételt.

6. A  $G$  egyszerű gráf jól élszínezhető  $k$  színnel. Tegyük fel, hogy  $|E(G)|$  osztható  $k$ -val. Mutassuk meg, hogy ekkor  $G$  élei úgy is jól színezhetők  $k$  színnel, hogy mind a  $k$  színt pontosan  $\frac{|E(G)|}{k}$ -szor használjuk fel.

*Segítség:* Egyszerre mindig csak két színre koncentrálva „közelítsük” az élszínezést a végcél felé.

*Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.*

*Jó munkát!*