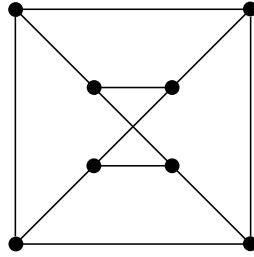


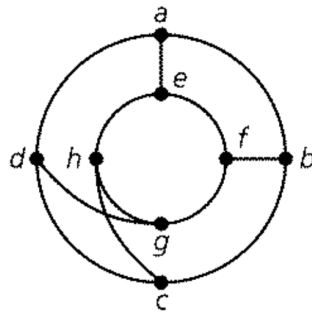
2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

1. Határozzuk meg a következő gráf élkromatikus számát:



2. Tekintsük az alábbi ábrán szereplő G gráfot.

- a) Húzzuk össze a gráf ae és bf éleit, és rajzoljuk le a kapott gráfot.
- b) Határozzuk meg az eredeti G gráf metszési számát. (Az előző alfeladat segíthet.)



3. Igazoljuk, hogy K_8 metszési száma legalább 10.

Segítség: Legfeljebb hány éle lehet egy 8 pontú egyszerű síkgráfnak?

4. Legyen G egy egyszerű gráf. Jelölje $G \times 2$ azt a gráfot, amelyet úgy kapunk, hogy vesszük G két (csúcsdiszjunkt) példányát, továbbá minden csúcsot összekötünk a másik példánybeli „klónjával” (összesen $|V(G)|$ új élt behúzva). Igazoljuk, hogy $G \times 2$ élkromatikus száma $\Delta(G) + 1$, ahol $\Delta(G)$ a G -beli legnagyobb fokszámot jelöli.

Segítség: Használjuk a Vizing-tételt.

5. Mutassuk meg, hogy ha egy n pontú egyszerű gráfban nincs páros hosszú kör, akkor a gráfnak legfeljebb $2n$ éle van.

6. A $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n \in \mathbb{R}^2$ vektorok mindegyikének hossza legalább 1. Mutassuk meg, hogy azon $\{\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j\}$ párok száma, amelyekre $\|\mathbf{v}_i + \mathbf{v}_j\| < 1$, legfeljebb $\lfloor n^2/4 \rfloor$.

Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.

Jó munkát!