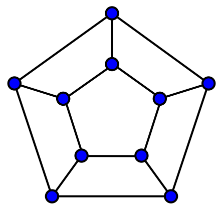
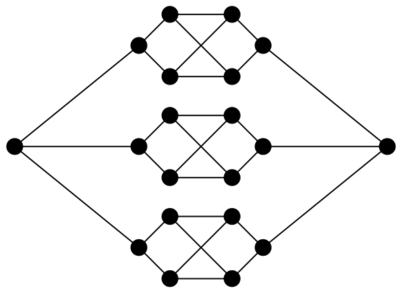
2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

1. a) Építsük fel fülragasztásokkal a következő gráfot:



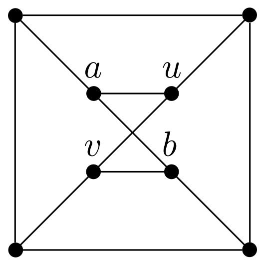
b) Háromszorosan összefüggő-e az alábbi gráf?



2. Tekintsük az alábbi ábrán szereplő G gráfot.

a) Húzzuk össze a gráf uv és ab éleit, és rajzoljuk le a kapott gráfot.

b) Határozzuk meg az eredeti G gráf metszési számát. (Tipp: Vegyük szemügyre az előző alfeladat megoldását.)



3. Mutassuk meg, hogy ha egy k-reguláris gráf derékbősége 4, akkor legalább $2k$ pontja van a gráfnak.

4. Egy konvex poliédernek minden lapja háromszög, továbbá minden csúcsban 5 él fut össze. Hány lapja van a poliédernek?

5. Egy hurokélmentes G gráf éleit ki lehet színezni pirossal és kékkel úgy, hogy a piros élek által kijelölt részgráf is, és a kék élek által kijelölt részgráf is síkgráf legyen. Mutassuk meg, hogy ekkor $\chi(G) \leq 16$.

Megjegyzés: Természetesen a piros-kék élszínezésnek nem kell *jó* élszínezésnek lennie az élszínezeséknél látott értelemben (azaz egy csúcsra illeszkedhet több azonos színű él is).

6. Adott n különböző pont az egységkörvonalon. Bizonyítsuk be, hogy legfeljebb $|E(T_{n,3})|$ pontpárra teljesül, hogy a pontok távolsága 1,5-nél nagyobb. ($T_{n,3}$ az n pontú 3-részes Turán-gráfot jelöli.) Mutassuk meg, hogy ez a korlát el is érhető tetszőleges n esetén.

Segítség: $\sqrt{2} = 1{,}414\ldots$

Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér. *Jó munkát!*