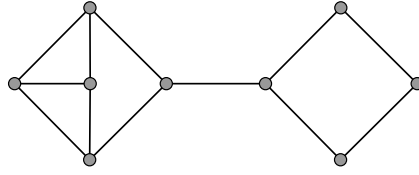


1. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

1. Határozzuk meg az ábrán látható gráf élkromatikus számát!



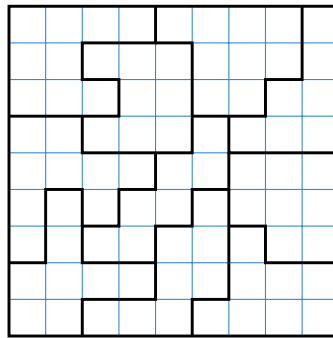
2. Egy 10 férfiból és 10 nőből álló baráti társaságban minden férfi 5 emberrel fogott kezét az este folyamán. Hány férfi–nő kézfogás történt, ha tudjuk, hogy az összes férfi–férfi kézfogások száma 12? (Férfi–nő kézfogás: Egy férfi és egy nő fog kezét. Férfi–férfi kézfogás: Két férfi fog kezét.)

3. Legyen $n \geq 2$. Vezessük le a Cayley-tételt a Kirchhoff-formulából: A Kirchhoff-formula alkalmazásával mutassuk meg, hogy az n pontú teljes gráf feszítőfáinak száma n^{n-2} .

4. Egy vállalat betöltetlen munkahelyeire keresünk munkaerőt. Azt tapasztaljuk, hogy mindegyik álláshelyre 5 ember jelentkezett, és minden jelentkező pontosan 4 álláshelyre jelentkezett. Igazoljuk, hogy be tudjuk tölteni az összes álláshelyet (minden helyre az oda jelentkezők közül választva, és természetesen egy embert több helyre nem vehetünk fel).

5. Adott egy G gráf és benne egy M párosítás, amely nem maximális méretű. Igazoljuk, hogy G -ben van javító út M -re nézve.

6.⁺ A Bolyai Sudokuban a 9×9 -es négyzetet tetszőleges alakú kisebb cellákra osztottuk. Igazoljuk, hogy ha minden ilyen cella legfeljebb 9 mezőből áll, akkor kitölthetők a Sudoku mezői 1-től 9-ig terjedő számokkal úgy, hogy semelyik sorban és semelyik cellában ne legyen két egyforma szám! (Az oszlopokra nem követeljük meg ezt.)



Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.

Jó munkát!