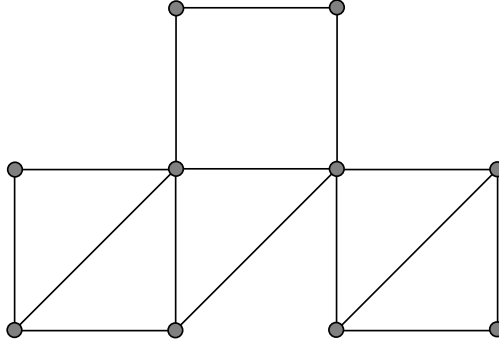


## 2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

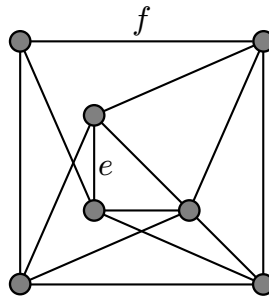
1. Döntsük el, hogy az ábrán látható gráf

- a) kétszeresen élösszefüggő-e,
- b) háromszorosan élösszefüggő-e,
- c) kétszeresen összefüggő-e.



2. Tekintsük a második ábrán látható  $G$  gráfot!

- a) Húzzuk össze az  $e$  és  $f$  éleket, és rajzoljuk le a kapott gráfot (a keletkezett párhuzamos élek megtartásával).
- b) Síkgráf-e a kiindulási  $G$  gráf? (Az előző pont helyes megoldása után erre a kérdésre gyorsan válaszolhatunk.)



3. Adott egy  $k$ -szorosan összefüggő  $G$  gráf. Felvesszünk egy új csúcsot, melyet összekötünk a  $G$  gráf  $k$  különböző pontjával. Igazoljuk, hogy így  $k$ -szorosan összefüggő gráfhoz jutunk.

4. Mutassuk meg, hogy ha egy  $n$  pontú egyszerű gráfban nincs páros kör, akkor a gráfnak legfeljebb  $2n$  éle lehet.

5. Adott  $n$  pont a síkon ( $n \geq 3$ ) úgy, hogy bármely kettő távolsága legalább 1. Igazoljuk, hogy legfeljebb  $3n - 6$  pontpárra lehet a pontok távolsága pontosan 1.

*Segítség:* A  $3n - 6$  mennyiséggel nem az extrémális gráfelmélet témakörben találkoztunk, hanem ...

6.<sup>+</sup> Három iskola mindegyikében  $n$  tanuló van. Minden tanuló a másik két iskolából együttevve  $n + 1$  tanulót ismer. Bizonyítsuk be, hogy választható a három iskola mindegyikéből egy-egy tanuló úgy, hogy mindegyikük ismeri a másik kettőt. (Az ismeretségek kölcsönösek.)

*Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.*

*Jó munkát!*