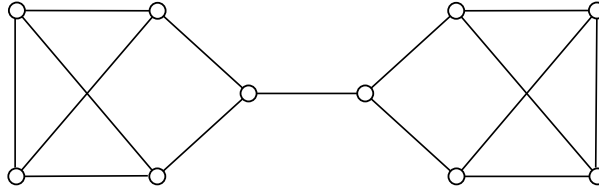


2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

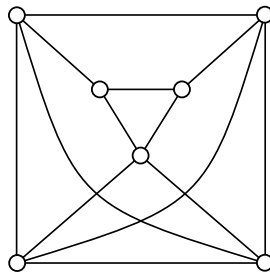
1. Határozzuk meg az 1. ábrán látható gráf élkromatikus számát!



1. ábra

2. Határozzuk meg a 2. ábrán látható gráf metszési számát!

Segítség: A gráf 4 pontú klikkje ötletet adhat az alsó becsléshez.



2. ábra

3. G egy egyszerű páros gráf A és F színosztályokkal, és $|A| = |F|$. Bizonyítsuk be, hogy ha G -ben nincs izolált pont és A -ban minden pont fokszáma különböző, akkor G -ben van teljes párosítás!

4. A G síkgráfban minden pont foka páros. Igazoljuk, hogy G tartományait két színnel színezzhetjük úgy, hogy a szomszédos tartományok különböző színűek legyenek! (G egy rögzített síkra rajzolását tekintjük.)

5. Adott n különböző pont az egységkörvonalon. Igazoljuk, hogy legfeljebb $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor$ pontpárra teljesül, hogy pontjainak távolsága 1,75-nál nagyobb! (A ponthalmaz összesen $\binom{n}{2}$ pontpárt határoz meg.) Mutassuk meg, hogy ez a felső korlát elérhető tetszőleges n esetén!

Segítség: $\sqrt{3} = 1,732\dots$

6.⁺ Igazoljuk, hogy egy $2k$ -reguláris gráf élei k színnel színezzhetők úgy, hogy az egyszínű élek 2 -reguláris feszítő részgráfot alkossanak minden színre!

Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.

Jó munkát!