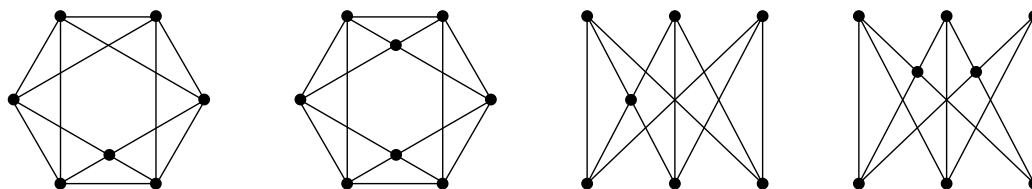


8. SÍKGRÁFOK, METSZÉSI SZÁM

Euler-formula: Ha a G összefüggő (szépen lerajzolt) síkgráfnak c csúcsa, e éle, és t tartománya van, akkor $c - e + t = 2$.

1. Mutassuk meg, hogy K_5 és $K_{3,3}$ nem síkgráfok.
2. Egy nemzetközi konferencián egy asztalnál öt különböző ország egy-egy képviselője ül. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, akiknek az országa nem szomszédos! (Az országok összefüggők.)
3. Igazoljuk, hogy egy síkgráf minden síkbarajzolásánál ugyanannyi tartomány keletkezik!
4. Egy 20 csúcú konvex poliédernek 12 lapja van. Hány oldala van az egyes lapoknak, ha tudjuk, hogy ez a szám minden lapra azonos?
5. Igazoljuk a következőket:
 - a) Minden egyszerű, legalább 3 pontú G síkgráfra $|E(G)| \leq 3|V(G)| - 6$.
 - b) Minden egyszerű, háromszögmentes, legalább 3 pontú G síkgráfra $|E(G)| \leq 2|V(G)| - 4$.
 - c) Ha a G síkgráfban van kör, és derékbősége legalább g , akkor $|E(G)| \leq \frac{g}{g-2}|V(G)| - \frac{2g}{g-2}$.
6. Igazoljuk, hogy nincs olyan konvex poliéder, amelynek minden lapja hatszög!
7. a) Határozzuk meg az alábbi gráfok metszési számát!



- b) Határozzuk meg K_6 metszési számát!
 - c) Határozzuk meg $K_{4,4}$ metszési számát!
 - d) Határozzuk meg a Petersen-gráf metszési számát!
8. Létezik-e olyan 6 pontú gráf, hogy se ő, se a komplementere nem síkbarajzolható?
 9. a) Igaz-e, hogy ha H topologikus részgráfja G -nek, akkor H minorja G -nek?
 b) Igaz-e, hogy ha H minorja G -nek, akkor H topologikus részgráfja G -nek?
 c)⁺ Síkgráf-karakterizációs tételekre való hivatkozás nélkül bizonyítsuk be, hogy G -nek pontosan akkor minorja $K_{3,3}$ vagy K_5 , ha G -nek topologikus részgráfja $K_{3,3}$ vagy K_5 .
 10. Legyen G egy Hamilton-körrel rendelkező síkba rajzolt gráf. Bizonyítsuk be, hogy G tartományai 4 színnel jól színezhetők (a négyzínítétel felhasználása nélkül).
 11. Mutassuk meg, hogy ha egy síkgráfnak páros foksámai vannak, akkor tartományai 2 színnel jól színezhetők (tetszőleges síkbarajzolás esetén). [5.26]
 12. Egy síkgráfban minden pont foka páros. Síkba lehet-e úgy rajzolni, hogy a külső tartomány ötszög legyen, a belső tartományok pedig háromszögek? [5.38]