

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = ?$$

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1^* & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{-2} \sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0^* & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1^* & 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & -2 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{/:(-1)} \sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1^* & -5 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -2 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{+2} \sim$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -7 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -3^* & -2 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{/:(-3)} \sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -7 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -5 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1^* & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{matrix} +7 \\ +5 \end{matrix}}$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{17}{3} & -\frac{7}{3} & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{10}{3} & -\frac{5}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{array} \right)$$

Tehát  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{17}{3} & -\frac{7}{3} & -2 \\ \frac{10}{3} & -\frac{5}{3} & -1 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$  □

Megjegyzés: A második lépésben  $0^*$  miatt sort kellett cserélni, hogy ne  $0$  legyen  $*-ozva$ .  
 (Alcsobb sorral cseréljünk, hogy ne rontsuk el

a már kialakított oszlopot a bal oldalon.  
(Ha az első két sort észleltük volna meg,  
azzal az első oszlopot törlöttük volna.)

További művelet (számlás megkönyítésként):

Ha nem 1 vagy -1 van megcsillagozva, akkor  
az osztás miatt törtet jönnek be, ami nem  
kívánható (törtelrel számolni nem szeretjük):

Példa:

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 5^* & 2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \dots$$

- Ha az első sort 5-tel osztjuk, akkor  $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}$  törtet jönnek be. :-C
- Ha az első két sort megcsereleljük, akkor  $(-1)^*$ -es jönnek, így  $(-1)$ -zel osztás után is egész marad minden. :-)
- Ha a 3. sor kétveresét kivonjuk az elsőből, akkor  $1^*$  lesz a bal felső elem, ezt szeretjük a legjobban. :-)

DE: "Tízkezesnél" mindig figyeljünk arra, hogy a  
már kialakított oszlopot ne rontsuk el a bal oldalon!