

Dinamikus feladatsor  
2014. március 20.

Tantárgy: **Alkalmazott lineáris algebra**  
Témakör: **Gauss-elimináció**

Oktatói használatra!

**Csoport:**

---

**1. feladat:** Írja fel az alábbi egyenletrendszer mátrixalakját az Na, Mg és Fl ismeretlenekkel:

$$\begin{aligned}4\text{Fl} - 2\text{Mg} - \text{Na} &= 0 \\3\text{Na} + \text{Mg} + 2\text{Fl} + 1 &= 0 \\3 + 4\text{Na} + \text{Fl} &= 0\end{aligned}$$

**Eredmény:**  $\left[ \begin{array}{ccc|c} -1 & -2 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 & -3 \end{array} \right]$

---

**2. feladat:** Oldja meg Excel vagy más program segítségével az alábbi lineáris egyenletrendszert:

$$\begin{aligned}5x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 6x_4 &= -48 \\7x_1 - 5x_2 - x_3 - 5x_4 &= 9 \\6x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 5x_4 &= -53 \\6x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= -5\end{aligned}$$

**Eredmény:**  $x_1 = -2, x_2 = -7, x_3 = -3, x_4 = 3.$

---

**3. feladat:** Hozza trianguláris alakra Gauss-eliminációval az alábbi mátrixalakat:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & 2 \\ -3 & -2 & 12 & -16 \\ -1 & 3 & 16 & -44 \end{array} \right]$$

**Eredmény:**  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right]$

---

**4. feladat:** Hozza diagonális alakra Gauss-eliminációval az alábbi mátrixalakat:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & -2 & -2 \\ -3 & 13 & 3 & 2 \\ -4 & 12 & 21 & 25 \end{array} \right]$$

**Eredmény:**  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$

---

**5. feladat:** Hozza trianguláris alakra Gauss-eliminációval az alábbi mátrixalakat:

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} -3 & -4 & 3 & 12 \\ -2 & -4 & -1 & 8 \\ 0 & -2 & -4 & 0 \end{array} \right]$$

**Eredmény:**  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{4}{3} & -1 & -4 \\ 0 & 1 & \frac{9}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$

---

**6. feladat:** Határozza meg az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 7 & -14 \\ 1 & 6 & -22 \end{pmatrix}$  mátrix LU-felbontását.

**Eredmény:**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

---

**7. feladat:** Határozza meg az  $A = \begin{pmatrix} -5 & 5 & 3 \\ 2 & -4 & -5 \\ -4 & -3 & -4 \end{pmatrix}$  mátrix LU-felbontását.

**Eredmény:**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{5} & 1 & 0 \\ \frac{4}{5} & \frac{7}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & -\frac{19}{5} \\ 0 & 0 & \frac{69}{10} \end{pmatrix}$

---

**8. feladat:** Oldja meg az

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 2 \\ x_2 - 5x_3 &= 0 \\ -5x_1 - 9x_2 + 16x_3 &= -9 \end{aligned}$$

egyenletrendszert, ahol az együtthatókból alkotott mátrix LU-felbontása:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -5 \\ -5 & -9 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Eredmény:**  $x_1 = -4, x_2 = 5, x_3 = 1.$

---