

## 5. SÉTÁK ÖSSZESZÁMLÁLÁSA

1. Bizonyítsuk be, hogy ha az  $n$  pontú  $G$  irányítatlan gráf (szomszédsági mátrixának) sajátértékei  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , akkor  $G$ -ben az  $l$  hosszú *zárt* séták száma

$$\lambda_1^l + \lambda_2^l + \dots + \lambda_n^l.$$

2. Adott  $n$  szín. Hány olyan  $l$  gyöngyből álló gyöngysor készíthető, amelyben a gyöngyök színei a megadott  $n$  szín közül kerülnek ki, és a szomszédos gyöngyök különböző színűek? (Az elforgatással kapható gyöngysorokat már másik gyöngysornak tekintjük.)

Segítség: Számoljunk sétákat teljes gráfban ...

3. Hány olyan  $n$  hosszú szó készíthető az  $a$  és  $b$  betűkből, amely nem tartalmazza az  $aa$  részsót?

*A következő feladatoknál elég olyan alakú választ adni, amely Mathematicával kiszámolható!*

4. Hány olyan  $n$  hosszú szó készíthető az  $a$  és  $b$  betűkből, amely nem tartalmazza sem az  $aa$ , sem az  $abba$  részsót?

5.<sup>+</sup> Hányféleképpen lehet a  $3 \times n$ -es téglalapot  $1 \times 1$ -es négyzetekkel és  $1 \times 2$ -es dominókkal leparkettázni?