

**Kalkulus 1, 2015 őszi
matek alapszak, nappali**

Miről is volt szó a félév során?

Valós számok. Alapműveletek, rendezettség, Cantor-tulajdonság, felsőhatár tulajdonság.

Függvény fogalma. Függvényműveletek: pontonkénti műveletek, függvényösszetétel. Függvény inverze. Monotonitás, szélsőérték fogalma. Függvény monotonitása és az alapműveletek kapcsolata. Függvények szimmetriatulajdonságai.

Függvény határértéke. Különböző esetek: véges helyen, jobbról-balról, végtelenben; véges vagy végtelen határérték. A határérték formális tulajdonságai*: linearitás, alapműveletek, egyenlőtlenségek. Rendőr-elv*. A $\frac{\sin x}{x}$ határérték*. Nevezetes határérték-keresési technikák.

Függvény pontbeli folytonossága. Folytonosság és határérték kapcsolata. Féoldali folytonosság. A folytonosság formális tulajdonságai*: linearitás, alapműveletek, egyenlőtlenségek. Intervallumon folytonos függvény Darboux-tulajdonsága*. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos* és felveszi szélsőértékeit*. Az egyenletes folytonosság fogalma. Nevezetes elemi függvények (hatvány-, gyök-, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus) fogalma, tulajdonságai, inverzeik. Az elemi függvények fogalma.

Differenciálhatóság fogalma, kapcsolata a folytonossággal*, a differenciálhányados geometriai jelentése. A differenciálás műveleti szabályai*, elemi függvények deriváltjai. Függvény összetételének és inverzének differenciálhatósága. Az e^x függvény efiníciója. Közéérték-tételek (Rolle-* és Lagrange-alak*). f monotonitásának jellemzése (f' segítségével, szüks., ill. elégs. feltételek*) f szélsőértéke jellemzése, első* és második* derivált teszt. A L'Hospital-szabályok. Konvexitás fogalma, a konvexitás jellemzése f' és f'' segítségével.

Primitív függvény fogalma, adott fv. primitívjei csak konstansban különböznek*. Helyettesítéses és parciális integrálás formulái primitív függvényre. Racionális törtfüggvények primitívje. Néhány nevezetes helyettesítés és rekurzió.

A Riemann-integrál fölépítése. Alsó és felső összegek, viselkedésük a felosztás sűrítésekor, összehasonlításuk*. Az oszcillációs kritérium. A folytonos függvények integrálhatók. A monoton függvények integrálhatók*. Az $[a, b]$ -n integrálható függvény $[c, d] \subseteq [a, b]$ -n is integrálható. Az integrál intervallum szerinti additivitása. Az integrál linearitása*. Integrálható függvény abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése. Az integrálfüggvény folytonossága* és differenciálhatósága*. A Newton–Leibniz formula*. A Riemann-féle összegek, az integrálhatóság definíciója Riemann-összeggel. Newton–Leibniz formula* (második vari). Az integrálszámítás közéérték-tétele. Az improprius integrál definíciójának alapesetei, példák.

Az integrálás technikájának alkalmazásai. Területképletek (polárkoordinátás alak* is), Térfogatképletek (forgástesté, illetve keresztmetszetekből). Görbeív fogalma, ívhossz kiszámítása* ($y = f(x)$ és $x = x(t)$, $y = y(t)$ alakban is). Forgástest palástfelszíne, súlypont koordinátái ...

A * jel a legfontosabb bizonyításokat jelöli. Az anyag szerves részét képezik az előadásokon és gyakorlatokon megismert példák, feladatok, technikák is!

Emlékeztető. A vizsgadolgozat „kisebbik fele” lesz elméleti jellegű kérdés. A szóbeli felelet inkább elméleti; de mind a tétel, mind annak nehézsége személyre szabott. Az alapvető definíciókat és tételeket mindenkinek ismerni kell (kettesért is); négyes-ötös szinten a bizonyítások stabil ismerete is elvárható.

2015. december 02.

Németh Zoltán