

Műszaki matematika II.

Valószínűségszámítás 5.

Bogya Norbert, Fülöp Vanda

Szegedi Tudományegyetem, Bolyai Intézet

2019

1. Feladat

Egy ξ folytonos valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f_\xi(x) = a\sqrt{x}$, ha $0 \leq x \leq 1$, és $f_\xi(x) = 0$ minden más x valós számra.

- (a) Határozzuk meg ξ értékkészletét, az a paraméter értékét, ábrázoljuk a sűrűségfüggvényt.
- (b) Adjuk meg ξ eloszlásfüggvényét.
- (c) Mennyi a $P(0,5 < \xi < 1,5)$ valószínűség értéke?
- (d) Milyen t értékre teljesül, hogy $P(\xi > t) = 20\%$?
- (e) Adjuk meg a változó várható értékét és szórását is.

2. Feladat

A TESCO-ban a narancsot a minőségtől függően változó áron árulják. Feltehető, hogy az ár egyenletes eloszlást követ kilónként 300 és 500 forint között.

(a) Jelölje ξ 1 kg narancs árát egy véletlenszerűen választott napon. Írjuk fel és ábrázoljuk a ξ sűrűségfüggvényét.

- Átlagosan mennyibe kerül a narancs a TESCO-ban?
- Mennyi az ár szórása?
- Mennyi annak az esélye, hogy a kilónkénti ár 375 forint alatt marad?

(b) Jelölje η azt, hogy 1500 forintból hány kiló narancsot tudok vásárolni.

- Fejezzük ki az η valószínűségi változót a ξ segítségével.
- Mennyi annak az esélye, hogy a pénzem elég 4 kiló narancsra?
- Mennyi az η várható értéke, és mit fejez ki ez a várható érték?

3. Feladat

A tapasztalat szerint egy városi ügyfélirodába munkaidőben óránként átlagosan 30 ügyfél érkezik. Két egymás után érkező ügyfél követési ideje exponenciális eloszlást követ.

- (a) Írjuk föl két egymás után érkező ügyfél követési idejének eloszlás és sűrűség függvényét.
- (b) Mennyi a valószínűsége, hogy két egymás után érkező ügyfél érkezés között legfeljebb 2 perc telik el?
- (c) Mennyi a valószínűsége, hogy két egymás után érkező ügyfél érkezési ideje között 5 percnél több idő telik el?
- (d) Mennyi a valószínűsége, hogy legalább 5 percig nem jön ügyfél?

4. Feladat

Egy műszaki berendezés élettartama exponenciális eloszlást követ, a berendezések átlagos élettartama 6 év.

- (a) Mennyi a valószínűsége, hogy a berendezés kibír 1 évet?
- (b) Mennyi a valószínűsége, hogy egy 50 éves berendezés kibír még 1 évet?

5. Feladat

A Kárpátokban április elején a hóvastagság a ξ valószínűségi változóval adható meg, melynek lehetséges értéke 1 és 10 méter között változik. Szegeden a mért vízszint méterben kifejezve az η valószínűségi változóval adható meg. Ezek együttes sűrűségfüggvénye

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x - 2y + 2xy}{8 \cdot 205}, & \text{ha } 2 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq 6; \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

- (a) Adjuk meg a perem-sűrűségfüggvényeket.
- (b) Független-e a vízszint és a hóvastagság egymástól?
- (c) Mennyi a valószínűsége, hogy a hó harmadánál magasabb a vízszint?