

Név:

EHA-kód:

Matematikai alapismeretek biológusoknak gyakorlat

10. *kis*dolgozat — 2015. november 24.

A csoport

1. Feladat. (5 pont) Számolja ki az $f(x) = x^2$ és $g(x) = x + 6$ függvények közötti korlátos tartomány területét.

2. Feladat. (5 pont) Elemi törtekre bontással határozza meg a következő integrált

$$\int \frac{1}{x(x-1)} dx.$$

1. Feladat megoldása.

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & g(x) \\ x^2 & = & x + 6 \\ x^2 - x - 6 & = & 0 \\ \swarrow & & \searrow \\ x_1 = 3 & & x_2 = -2 \end{array}$$

$$T = \left| \int_{-2}^3 x^2 - x - 6 \right| = \left| \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x \right]_{-2}^3 \right| = \left| \left(9 - \frac{9}{2} - 18 \right) - \left(-\frac{8}{3} - 2 + 12 \right) \right| = \frac{125}{6}$$

2. Feladat megoldása.

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{x(x-1)} dx &= \int \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} dx = \int \frac{A(x-1) + Bx}{x \cdot (x-1)} dx = \int \frac{-1}{x} dx + \int \frac{1}{x-1} \\ &= -\ln|x| + \ln|x-1| + C \end{aligned}$$

Név:

EHA-kód:

Matematikai alapismeretek biológusoknak gyakorlat

10. *kisdolgozat* — 2015. november 24.

B csoport

1. Feladat. (5 pont) Határozza meg $f(x) = 3x^2 - e^{2x}$ függvény integrálközepét/függvényátlagát a $[0, 2]$ zárt intervallumon.

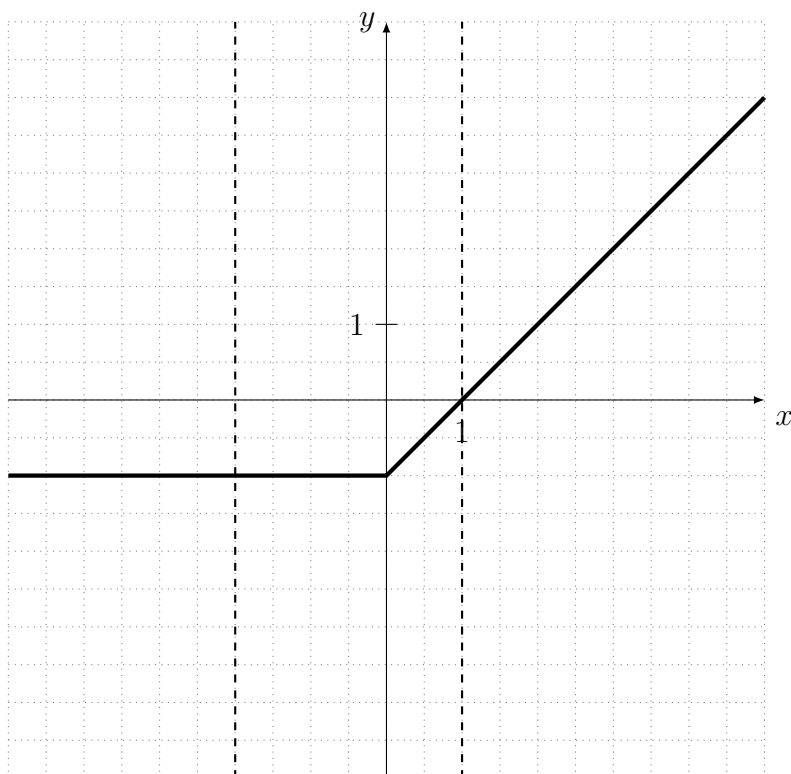
2. Feladat. (5 pont) Ábrázolja az

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x \leq 0 \\ x - 1, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

függvényt, és határozza meg az

$$\int_{-2}^1 f(x) dx$$

határozott integrált.



$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 f(x) dx &= -\frac{3+2}{2} \cdot 1 \\ &= -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

1. Feladat megoldása.

$$\overline{f}_{[0,2]} = \frac{\int_0^2 3x^2 - e^{2x} dx}{2 - 0} = \frac{\left[x^3 - \frac{e^{2x}}{2} \right]_0^2}{2} = \frac{\left(8 - \frac{e^4}{2} \right) - \left(0 - \frac{1}{2} \right)}{2} = \frac{8 - \frac{e^4}{2} + \frac{1}{2}}{2} = 4 + \frac{1}{4} - \frac{e^4}{4}$$

Név:

EHA-kód:

Matematikai alapismeretek biológusoknak gyakorlat

10. *kis*dolgozat — 2015. november 24.

C csoport

1. Feladat. (5 pont) Határozza meg annak a forgástestnek térfogatát, melyet úgy kapunk, hogy az $f(x) = x + 1$ függvényt a $[0, 2]$ intervallumon megforgatjuk az x tengely körül.

2. Feladat. (5 pont)

$$\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

1. Feladat megoldása.

$$\int_0^2 \pi f^2(x) dx = \pi \int_0^2 x^2 + 2x + 1 dx = \pi \left[\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right]_0^2 = \pi \cdot \left(\frac{8}{3} + 4 + 2 - 0 \right) = \frac{26}{3} \pi$$

2. Feladat megoldása.

$$\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx \stackrel[u=x^2+1]{du=2x dx} = \int \frac{1}{u} du = \ln |u| = \ln x^2 + C$$