

Név:

EHA-kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

Diszkrét matematika I. gyakorlat

2. ZH — 2013. november 26., 28.

ε csoport

1. Feladat (4 pont). Határozza meg a

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 4 & -3 & -3 \\ -1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

determináns értékét.

Megoldás.

$$\begin{vmatrix} 2^+ & -2^- & -1^+ \\ 4^- & -3^+ & -3^- \\ -1^+ & 0^- & 4^+ \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -3 & -3 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (6 - 3) + 4 \cdot (-6 - (-8)) = -3 + 8 = 5$$

2. Feladat (5 pont). Adja meg az

$$F \equiv (A \leftrightarrow B) \wedge ((\neg A) \rightarrow C)$$

ítéletkalkulusbeli formula teljes diszjunktív normálformáját. Továbbá adja meg, hogy a $\neg F$ formula teljes diszjunktív formájában hány darab konjunkciójel ($\wedge$) van. Válaszát indokolja.

Megoldás.

$(A \leftrightarrow B) \wedge ((\neg A) \rightarrow C)$							
i	<i>i</i>	i	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	i
i	<i>i</i>	i	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	h
<i>i</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
<i>i</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>h</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>
h	<i>i</i>	h	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	i
<i>h</i>	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>

$$F \equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$$

Ha az F formula három kiértékelésre igaz, akkor a $\neg F$, öt kiértékelésre igaz. Így a $\neg F$ formula teljes diszjunktív normálformájában $5 \cdot 2$, azaz **10 konjunkciójel** van, mivel minden igaz sorhoz tartozik egy klóz, és minden klózban két konjunkciójel van.

3. Feladat (4 pont). Döntse el, hogy lineárisan függő, vagy független az $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vektorrendszer, ha

$$\vec{u} = (-2, 0, 1, -1), \quad \vec{v} = (1, 2, -1, 2), \quad \vec{w} = (3, -2, -1, 4).$$

Megoldás.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & -8 & 2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(1) Megcserélem az első és második sort.

(2) Az első sor 2-szeresét hozzáadom a második sorhoz, továbbá az első sor (-3) -szorosát hozzáadom a harmadik sorhoz.

(3) A második sor 2-szeresét hozzáadom a harmadik sorhoz.

A vektorrendszer rangja 3. Mivel a vektorrendszer elemszáma is 3, így a vektorrendszer **lineárisan független**.

4. Feladat (6 pont). Legyenek az A, B, C mátrixok az alábbiak:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Határozza meg az $A^T - 2C$, $A^T B + 2C^T$, $AC + B^{-1}$ mátrixok közül azokat, melyek léteznek. Ha valamelyik nem létezik, indokolja meg, hogy miért.

Megoldás.

$$A^T - 2C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 2 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

Az $A^T B + 2C^T$ nem végezhető el, mert az $A^T B$ 3×2 -es mátrix, míg a $2C^T$ egy 2×3 -as mátrix, és különböző méretű mátrixok nem adhatók össze.

$$AC + B^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ -2 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 9 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

5. Feladat (4 pont). Határozza meg a

$$z = 8 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{3\pi}{2} \right)$$

komplex szám köbgyökeit. Továbbá határozza meg az egyik köbgyökének a kanonikus alakját is.

Megoldás. A három különböző köbgyök:

- $z_1 = 2 \left(\cos \frac{\frac{3\pi}{2} + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right) = 2 \cdot (0 + i \cdot 1) = 2i$
 - $z_2 = 2 \left(\cos \frac{\frac{3\pi}{2} + 2 \cdot 1 \cdot \pi}{3} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{6} \right)$
 - $z_3 = 2 \left(\cos \frac{\frac{3\pi}{2} + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} + i \cdot \sin \frac{11\pi}{6} \right)$
-
-

Név:

EHA-kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

Diszkrét matematika I. gyakorlat

2. ZH — 2013. november 26., 28.

ζ csoport

1. Feladat (4 pont). Az origóból kiinduló $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ helyvektorok egy paralelepipedont határoznak meg a térben. Mekkora ennek a térfogata, ha

$$\underline{a} = (-1, 1, -1), \quad \underline{b} = (-1, 4, -2), \quad \underline{c} = (4, 3, 0)?$$

Megoldás.

$$\begin{vmatrix} -1^+ & 1^- & -1^+ \\ -1^- & 4^+ & -2^- \\ 4^+ & 3^- & 0^+ \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-2 - (-4)) - 3 \cdot (2 - 1) = 8 - 3 = 5$$

A paralelepipedon térfogata 5.

2. Feladat (5 pont). Adja meg az

$$F \equiv ((\neg A) \leftrightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$$

ítéletkalkulusbeli formula teljes diszjunktív normálformáját. Továbbá adja meg, hogy a $\neg F$ formula teljes diszjunktív formájában hány darab diszjunktíójel ($\vee$) van. Válaszát indokolja.

Megoldás.

$((\neg A) \leftrightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$							
h	i	h	i	h	i	i	i
h	i	h	i	h	i	h	h
h	i	i	h	i	i	i	i
h	i	i	h	h	i	h	h
i	h	i	i	i	h	i	i
i	h	i	i	i	h	i	h
i	h	h	h	h	h	i	i
i	h	h	h	h	h	i	h

$$F \equiv (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C)$$

Ha az F formula három kiértékelésre igaz, akkor a $\neg F$, öt kiértékelésre igaz. Így a $\neg F$ formula teljes diszjunktív normálformájában $5 - 1$, azaz **4 diszjunktíójel** van, mivel minden igaz sorhoz tartozik egy klóz, és a klózok között szereplő $\vee$ -jelek száma a klózok számánál eggyel kevesebb.

3. Feladat (4 pont). Döntse el, hogy lineárisan függő, vagy független az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorrendszer, ha

$$\vec{a} = (-2, 1, 0, 1), \quad \vec{b} = (1, 2, -1, 1), \quad \vec{c} = (3, -4, 1, -3).$$

Megoldás.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & -4 & 1 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -2 & 3 \\ 0 & -10 & 4 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 5 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

(1) Megcserélem az első és második sort.

(2) Az első sor 2-szeresét hozzáadom a második sorhoz, továbbá az első sor (-3) -szorosát hozzáadom a harmadik sorhoz.

(3) A második sor 2-szeresét hozzáadom a harmadik sorhoz. Így egy csupa nulla sort kapok, amit elhagyok.

A vektorrendszer rangja 2. Mivel a vektorrendszer elemszáma 3, így a vektorrendszer **lineárisan függő**.

4. Feladat (6 pont). Legyenek az A, B, C mátrixok az alábbiak:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Határozza meg az $A^{-1}B - 3C$, $A^{-1} + BC$, $B - 2C^T$ mátrixok közül azokat, melyek léteznek. Ha valamelyik nem létezik, indokolja meg, hogy miért.

Megoldás. Az $A^{-1}B - 3C$ nem végezhető el, mert az $A^{-1}B$ mátrix 2×3 -as méretű, a $3C$ pedig 3×2 -es, és különböző méretű mátrixokat nem tudunk kivonni egymásból.

$$A^{-1} + BC = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$B - 2C^T = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Feladat (4 pont). Formalizálja az alábbi állítást a predikátumkalkulus elemeivel.

„Néhány négyzetes mátrixnak nincs inverze.”

Az individuumentartomány legyen a mátrixok halmaza. Felhasználandó predikátumok: $N(x) : x$ négyzetes, $I(x) : x$ -nek van inverze.

- Igaz-e a fenti, dőlt betűs állítás? Válaszát indokolja.
- Adja meg az Ön által megadott formula negáltját (tagadását) olyan alakban, hogy negációjel csak predikátumjelre vonatkozik.

Megoldás.

- Formalizálás: $(\exists x)(N(x) \wedge \neg I(x))$.
 - Az állítás igaz, például a $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix jó példának.
 - Tagadás: $(\forall x)(\neg N(x) \vee I(x))$.
-
-

Név:

EHA-kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

Diszkrét matematika I. gyakorlat

2. ZH — 2013. november 26., 28.

η csoport

1. Feladat (4 pont). Létezik-e a

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

mátrixnak inverze?

Megoldás.

$$\begin{vmatrix} -2^+ & 3^- & -1^+ \\ 1^- & 1^+ & -2^- \\ 0^+ & 2^- & -3^+ \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + (-3) \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (4 - (-1)) - 3 \cdot (-2 - 3) = -10 + 15 = 5$$

Mivel a mátrix determinánsa nem nulla, ezért létezik inverze.

2. Feladat (5 pont). Adja meg az

$$F \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow (\neg C))$$

ítéletkalkulusbeli formula teljes diszjunktív normálformáját. Továbbá adja meg, hogy a $\neg F$ formula teljes diszjunktív formájában hány darab konjunkciójel ($\wedge$) van. Válaszát indokolja.

Megoldás.

$(A \rightarrow B)$			$\wedge$		$(B \leftrightarrow (\neg C))$		
i	i	i	h	i	h	h	i
i	i	i	i	i	i	i	h
i	h	h	h	h	i	h	i
i	h	h	h	h	h	i	h
h	i	i	h	i	h	h	i
h	i	i	i	i	i	i	h
h	i	h	i	h	i	h	i
h	i	h	h	h	h	i	h

$$F \equiv (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$$

Mivel az F formula 3 kiértékelésre igaz, így a $\neg F$ formula 5 kiértékelésre. Minden igaz kiértékeléshez tartozik egy klóz, és minden klózban két $\wedge$ -jel van. Így $5 \cdot 2$, azaz **10 konjunkciójel** van a $\neg F$ teljes diszjunktív normálformájában.

3. Feladat (4 pont). Döntse el, hogy lineárisan függő, vagy független az $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektorrendszer, ha

$$\vec{x} = (2, 0, 1, -1), \quad \vec{y} = (1, -1, -2, 1), \quad \vec{z} = (-3, -1, -4, 3).$$

Megoldás.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \\ -3 & -1 & -4 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & -4 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \\ 0 & -4 & -10 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

(1) Megcserélem az első és második sort.

(2) Az első sor (-2) -szeresét hozzáadom a második sorhoz, továbbá az első sor 3-szorosát hozzáadom a harmadik sorhoz.

(3) A második sor 2-szeresét hozzáadom a harmadik sorhoz. Így egy csupa nulla sort kapok, amit elhagyok.

A vektorrendszer rangja 2. Mivel a vektorrendszer elemszáma 3, így a vektorrendszer **lineárisan függő**.

4. Feladat (6 pont). Legyenek az A, B, C mátrixok az alábbiak:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Határozza meg az $A - 2B^T$, $(A + 3B^T)C^{-1}$, $AB + C^{-1}$ mátrixok közül azokat, melyek léteznek. Ha valamelyik nem létezik, indokolja meg, hogy miért.

Megoldás.

$$A - 2B^T = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 2 & 6 \\ 0 & -4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -2 & -5 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Az $(A + 3B^T)C^{-1}$ mátrix nem számítható ki, mert a mátrixszorzás nem végezhető el, ugyanis az $(A + 3B^T)$ mátrix 2×3 -as méretű, míg a C^{-1} mátrix 2×2 -es.

$$AB + C^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Feladat (4 pont). Határozza meg a

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

mátrixok sajátértékeit. Továbbá adjon példát olyan 2×2 -es mátrixra, melynek egy darab (kétszeres) valós sajátértéke van.

Megoldás.

$$\begin{vmatrix} 4-x & 4 \\ -6 & -7-x \end{vmatrix} = (4-x)(-7-x) + 24 = x^2 + 3x - 4$$

A fenti polinom gyökei adják az első mátrix sajátértékeit: $\lambda_1 = 1$ és $\lambda_2 = -4$.

Trianguláris mátrixok sajátértékei a főátlójában lévő elemek, így a második mátrix sajátértékei: $-1, 5, 3$.

Könnyen adható olyan 2×2 -es mátrix, melynek csak 1 darab sajátértéke van, például legyen trianguláris, és a főátlójában legyenek ugyanazok az elemek: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -543 & 1 \end{pmatrix}$. Ennek a mátrixnak az 1, kétszeres sajátértéke.

Név:

EHA-kód:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ

Diszkrét matematika I. gyakorlat

2. ZH — 2013. november 26., 28.

ϑ csoport

1. Feladat (4 pont). Számolja ki az $\underline{u} = (1, 0, 1)$ és a $\underline{v} = (-1, 1, 2)$ vektorok vektoriális szorzatát.

Megoldás.

$$\underline{u} \times \underline{v} = \begin{vmatrix} i^+ & j^- & k^+ \\ 1^- & 0^+ & 1^- \\ -1^+ & 1^- & 2^+ \end{vmatrix} = i \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = (-1)i - 3j + 1k = (-1, -3, 1)$$

2. Feladat (5 pont). Adja meg az

$$F \equiv (A \rightarrow B) \wedge (\neg(A \leftrightarrow C))$$

ítéletkalkulusbeli formula teljes diszjunktív normálformáját. Továbbá adja meg, hogy a $\neg F$ formula teljes diszjunktív formájában hány darab diszjunktíójel ($\vee$) van. Válaszát indokolja.

Megoldás.

$(A \rightarrow B) \wedge (\neg(A \leftrightarrow C))$								
i	i	i	h	h	i	i	i	
i	h	h	i	i	i	h	h	
i	i	i	h	h	i	i	i	
i	h	h	h	i	i	h	h	
h	i	i	i	i	h	h	i	
h	i	h	h	h	h	i	h	
h	i	i	i	i	h	h	i	
h	i	h	h	h	h	i	h	

$$F \equiv (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$$

Az F formula 3 kiértékelésre igaz így a $\neg F$ formula 5 kiértékelésre igaz. Minden igaz kiértékeléshez tartozik egy klóz, és az 5 klózt **4 darab diszjunktíójellel** tudjuk összefűzni a teljes diszjunktív normálformában.

3. Feladat (4 pont). Döntse el, hogy lineárisan függő, vagy független az $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektorrendszer, ha

$$\vec{x} = (2, -1, 1, 0), \quad \vec{y} = (1, 0, 2, -1), \quad \vec{z} = (-3, 2, 0, -1).$$

Megoldás.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & 0 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) Megcserélem az első és második sort.

(2) Az első sor (-2) -szeresét hozzáadom a második sorhoz, továbbá az első sor 3-szorosát hozzáadom a harmadik sorhoz.

(3) A második sor 2-szeresét hozzáadom a harmadik sorhoz. Így egy csupa nulla sort kapok, amit elhagyok.

A vektorrendszer rangja 2. Mivel a vektorrendszer elemszáma 3, így a vektorrendszer **lineárisan függő**.

4. Feladat (6 pont). Legyenek az A, B, C mátrixok az alábbiak:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Határozza meg az $B^T - 2C$, $A^{-1}(B - 3C)$, $A^{-1} + BC$ mátrixok közül azokat, melyek léteznek. Ha valamelyik nem létezik, indokolja meg, hogy miért.

Megoldás.

$$B^T - 2C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -7 \\ 1 & 2 \\ -1 & -11 \end{pmatrix}$$

Az $A^{-1}(B - 3C)$ mátrix nem számolható ki, mert a $B - 3C$ kivonás nincs értelmezve, ugyanis a B mátrix 2×3 -as, a $3C$ mátrix 3×2 -es, és csak ugyanolyan méretű mátrixokat tudunk kivonni egymásból.

$$A^{-1} + BC = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -11 \end{pmatrix}$$

5. Feladat (4 pont). Formalizálja az alábbi állítást a predikátumkalkulus elemeivel.

„Van olyan lineárisan független vektorrendszer, melynek két eleme van.”

Az individuumtartomány legyen a vektorrendszerek halmaza. Felhasználandó predikátumok: $K(x)$: x -nek két eleme van, $F(x)$: x lineárisan függő.

- Igaz-e a fenti, dőlt betűs állítás? Válaszát indokolja.
- Adja meg az Ön által megadott formula negáltját (tagadását) olyan alakban, hogy negációjel csak predikátumjelre vonatkozik.

Megoldás.

- Formalizálás: $(\exists x)(K(x) \wedge \neg F(x))$.
 - Az állítás igaz, mert például a $v_1 = (1, 1, 1)$ és $v_2 = (0, 1, 1)$ vektorok lineárisan független vektorrendszert alkotnak. (Másik példa a 3. Feladat első két vektora.)
 - Tagadás: $(\forall x)(\neg K(x) \vee F(x))$.
-
-