

4. GYAKORLAT

Részbenrendezés, Hasse-diagram;
leképezések tulajdonságai.

1. Feladat. Vizsgáljuk meg, hogy a következő relációk részbenrendezések-e (esetleg rendezések-e)?

- $\alpha = \{(a, b) : a \leq b\} \subseteq \mathbb{N}^2$
- $\beta = \{(a, b) : a^2 \leq b^2\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$
- $\gamma = \{(a, b) : a^2 + 2b \leq b^2 + 2a\} \subseteq \mathbb{N}^2$

2. Feladat. Adja meg a következő részben rendezett halmazok $[(A, \leq)]$ Hasse-diagramját! Keresse meg a maximális, minimális, legnagyobb és legkisebb elemeket!

- $(\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 3\}, \{3, 2\}, \{2, 1\}, \{1, 2, 3\}\}, \subseteq)$
- $(\{2, 3, 4, 5, 6, 12, 24, 36\}, |)$
- $(\{48 \text{ pozitív osztói}\}, |)$
- $(\{1, 3, 4, 6, 9\}, \leq)$

3. Feladat. Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi leképezéseknek milyen tulajdonságai vannak! Ha a leképezés bijektív, adjuk meg az inverzét is (mivel tudjuk, hogy ilyenkor létezik)!

- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 1 - |x|$
- $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, n \mapsto n \text{ pozitív osztóinak száma}$
- $h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, xh = (x + 2)^2 - 4$
- $\alpha : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto |x - y|$
- $\beta : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^2, (x, y) \mapsto (x^2, -y)$
- A harmadik teszten egy leképezésnek csak egy tulajdonságára kérdezzük rá, viszont gyakorlásképp az összes többi is megadható.
- További gyakorló feladatok találhatók természetes a régebbi vizsgákban, illetve a Kátai-Urbán Kamilla honlapjáról elérhető feladatsorokban.