

Diszkrét matematika I. gyak.

1. röpdolgozat

2010. szeptember 23.

C csoport

1. Legyen $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ és tekintsük a következő két relációt:

$$\begin{aligned}\alpha &= \{(0, 6), (4, 2), (4, 8), (6, 4)\} \subseteq A^2, \\ \beta &= \{(2, 4), (4, 0), (4, 6), (6, 6), (8, 4)\} \subseteq A^2.\end{aligned}$$

Határozza meg a $\beta\alpha$ és az $\alpha^{-1} \setminus \beta$ relációkat!

Megoldás:

A relációk elemeit folytonosan vizsgálva $\beta\alpha$ rajzolás nélkül megadható:

$$\beta\alpha = \{(2, 2), (2, 8), (4, 6), (4, 4), (6, 4), (8, 2), (8, 8)\}.$$

Az α reláció elemeit „fordítsuk meg”: $\alpha^{-1} = \{(6, 0), (2, 4), (8, 4), (4, 6)\}.$

Továbbá $\beta = \{(2, 4), (4, 0), (4, 6), (6, 6), (8, 4)\}.$

A különbség itt mint halmazművelet szerepel, tehát az α^{-1} és a β különbsége, mint halmazok különbsége könnyen kiszámítható:

$$\alpha^{-1} \setminus \beta = \alpha^{-1} \cap \overline{\beta} = \{(6, 0)\}.$$

2. Legyen adott az $U = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ univerzum (alaphalmaz) és ennek három részhalmaza:

$$A = \{3, 7, 9\}, \quad B = \{3, 6, 7, 8\}, \quad C = \{4, 6\}.$$

Határozza meg a következő két halmaz elemeit:

$$A \times C, \quad A \cup (\overline{B} \setminus C)!$$

Megoldás:

A Descartes-szorzatot pusztán a definíció szerint ki kell számolni:

$$A \times C = \{(3, 4), (3, 6), (7, 4), (7, 6), (9, 4), (9, 6)\}.$$

Az $A \cup (\overline{B} \setminus C)$ halmazt „belülről kifelé” számoljuk ki:

- $\overline{B} = U \setminus B = \{4, 5, 9\},$
- $\overline{B} \setminus C = \{4, 5, 9\} \setminus \{4, 6\} = \{5, 9\},$
- $A \cup (\overline{B} \setminus C) = \{3, 7, 9\} \cup \{5, 9\} = \{3, 5, 7, 9\}.$

Diszkrét matematika I. gyak.

1. röpdolgozat

2010. szeptember 23.

D csoport

1. Legyen adott az $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ univerzum (alaphalmaz) és ennek három részhalmaza:

$$A = \{2, 3, 7, 8\}, \quad B = \{3, 4, 8\}, \quad C = \{2, 5\}.$$

Határozza meg a következő két halmaz elemeit:

$$P(C), \quad \overline{(A \cap B)} \setminus C!$$

Megoldás:

A hatványhalmazt pusztán a definíció szerint ki kell számolni:

$$P(C) = \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}.$$

Az $\overline{(A \cap B)} \setminus C$ halmazt „belülről kifelé” számoljuk ki:

- $A \cap B = \{3, 8\},$
- $\overline{(A \cap B)} = \{2, 4, 5, 6, 7\},$
- $\overline{(A \cap B)} \setminus C = \{2, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{2, 5\} = \{4, 6, 7\}.$

2. Legyen $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ és tekintsük a következő két relációt:

$$\begin{aligned} \alpha &= \{(1, 9), (3, 5), (3, 9), (5, 1), (5, 7)\} \subseteq A^2, \\ \beta &= \{(1, 5), (1, 7), (5, 3), (7, 5)\} \subseteq A^2. \end{aligned}$$

Határozza meg az $\alpha\beta$ és a $\beta \cap \alpha^{-1}$ relációkat!

Megoldás:

A relációk elemeit folytonosan vizsgálva $\alpha\beta$ rajzolás nélkül megadható:

$$\alpha\beta = \{(3, 3), (5, 5), (5, 7)\}.$$

A β reláció elemeit „fordítsuk meg”: $\alpha^{-1} = \{(9, 1), (5, 3), (9, 3), (1, 5), (7, 5)\}.$

Továbbá $\beta = \{(1, 5), (1, 7), (5, 3), (7, 5)\}.$

A metszet itt mint halmazművelet szerepel, tehát a β és az α^{-1} metszete, mint halmazok metszete könnyen kiszámítható:

$$\beta^{-1} \cap \alpha = \{(1, 5), (5, 3), (7, 5)\}.$$