

Diszkrét matematika I. gyak.

1. röpdolgozat

2010. szeptember 23.

A csoport

1. Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ és tekintsük a következő két relációt:

$$\begin{aligned}\alpha &= \{(2, 5), (3, 2), (5, 1), (5, 3)\} \subseteq A^2, \\ \beta &= \{(1, 5), (2, 1), (2, 3), (4, 5), (5, 2)\} \subseteq A^2.\end{aligned}$$

Határozza meg a $\beta\alpha$ és a $\beta \cap \alpha^{-1}$ relációkat!

Megoldás:

A relációk elemeit folytonosan vizsgálva $\beta\alpha$ rajzolás nélkül megadható:

$$\beta\alpha = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (4, 1), (4, 3), (5, 5)\}.$$

Az α reláció elemeit „fordítsuk meg”: $\alpha^{-1} = \{(5, 2), (2, 3), (1, 5), (3, 5)\}.$

Továbbá $\beta = \{(1, 5), (2, 1), (2, 3), (4, 5), (5, 2)\}.$

A metszet itt mint halmazművelet szerepel, tehát a β és az α^{-1} metszete, mint halmazok metszete könnyen kiszámítható:

$$\beta \cap \alpha^{-1} = \alpha^{-1} \cap \beta = \{(5, 2), (2, 3), (1, 5)\}.$$

2. Legyen adott az $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ univerzum (alaphalmaz) és ennek három részhalmaza:

$$A = \{1, 2, 3, 5\}, \quad B = \{2, 3, 6\}, \quad C = \{2, 5\}.$$

Határozza meg a következő két halmaz elemeit:

$$A \triangle B, \quad B \setminus (\overline{A} \cap C)!$$

Megoldás:

$$A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) = \clubsuit$$

A folytatáshoz szükség van az unió és a metszet kiszámolására:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6\}, \quad A \cap B = \{2, 3\}.$$

Most már folytatható a $\clubsuit$ egyenlőség:

$$\clubsuit = \{1, 2, 3, 5, 6\} \setminus \{2, 3\} = \{1, 5, 6\}.$$

A $B \setminus (\overline{A} \cap C)$ halmazt „belülről kifelé” számoljuk ki:

- $\overline{A} = U \setminus A = \{0, 4, 6\},$
- $\overline{A} \cap C = \{0, 4, 6\} \cap \{2, 5\} = \emptyset,$
- $B \setminus (\overline{A} \cap C) = B \setminus \emptyset = B \cap U = B = \{2, 3, 6\}.$

Diszkrét matematika I. gyak.

1. röpdolgozat

2010. szeptember 23.

B csoport

1. Legyen adott az $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ univerzum (alaphalmaz) és ennek három részhalmaza:

$$A = \{1, 3\}, \quad B = \{3, 4, 5, 7\}, \quad C = \{2, 3, 5\}.$$

Határozza meg a következő két halmaz elemeit:

$$P(A), \quad \overline{(B \setminus A)} \cap C!$$

Megoldás:

A hatványhalmazt pusztán a definíció szerint ki kell számolni:

$$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{1, 3\}\}.$$

A $\overline{(B \setminus A)} \cap C$ halmazt „belülről kifelé” számoljuk ki:

- $B \setminus A = \{4, 5, 7\},$
- $\overline{(B \setminus A)} = \{1, 2, 3, 6\},$
- $\overline{(B \setminus A)} \cap C = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{2, 3, 5\} = \{2, 3\}.$

2. Legyen $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ és tekintsük a következő két relációt:

$$\begin{aligned} \alpha &= \{(3, 7), (5, 3), (4, 5), (6, 7), (7, 4)\} \subseteq A^2, \\ \beta &= \{(4, 7), (5, 4), (7, 3), (7, 5)\} \subseteq A^2. \end{aligned}$$

Határozza meg az $\alpha\beta$ és a $\beta^{-1} \setminus \alpha$ relációkat!

Megoldás:

A relációk elemeit folytonosan vizsgálva $\alpha\beta$ rajzolás nélkül megadható:

$$\alpha\beta = \{(3, 3), (3, 5), (4, 4), (6, 3), (6, 5), (7, 7)\}.$$

A β reláció elemeit „fordítsuk meg”: $\beta^{-1} = \{(7, 4), (4, 5), (3, 7), (5, 7)\}.$

Továbbá $\alpha = \{(3, 7), (5, 3), (4, 5), (6, 7), (7, 4)\}.$

A különbség itt mint halmazművelet szerepel, tehát a β^{-1} és az α különbsége, mint halmazok különbsége könnyen kiszámítható:

$$\beta^{-1} \setminus \alpha = \beta^{-1} \cap \bar{\alpha} = \{(5, 7)\}.$$