

Dinamikus feladatsor
2026. április 9.

Tantárgy: **Bevezetés a matematikába**
Témakör: **Leképezések, rekurzió, indukció**

Oktatói használatra!

Csoport:

1. feladat: Határozza meg az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 2$, $g(x) = 2x + 3$ leképezések $f \circ g$ szorzatleképezését.

Eredmény: $(f \circ g)(x) = 8x + 14$.

2. feladat: Az alábbi leképezések közül melyik injektív?

1) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto -x + 13$

2) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto x^3$

3) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3$

Eredmény: 1) Igen. 2) Igen. 3) Igen.

3. feladat: Bizonyítsa be az

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{n}$$

egyenlőséget.

Eredmény: Nincs adat.

4. feladat: Írja fel az $A = \{-1, 1\}$ halmaz összes injektív leképezését a $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ halmazra.

Eredmény:	$a \in A$	-1	1
	$f(a)$	0	2
		0	4
		0	6
		0	8
		\vdots	
		8	6

5. feladat: Értelmezzük az $a_1 = 2, a_2 = 1, a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1}$ ($n \geq 2$) rekurzív sorozatot. Mutassa meg, hogy a sorozat monoton csökkenő. [Útmutatás: Először mutassa meg, hogy

minden n -re $a_{n+1} \leq 2a_n$. Ezután mutassa meg, hogy $n \geq 3$ esetén $a_n < 0$. Végezetül következtesen a monoton csökkenésre.]

Eredmény: Nincs adat.

© 2005 Nagy Gábor Péter

Dinamikus feladatsor
2026. április 9.

Tantárgy: **Bevezetés a matematikába**
Témakör: **Leképezések, rekurzió, indukció**

Név:

Csoport:

1. feladat: Határozza meg az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x + 2, g(x) = 2x + 3$ leképezések $f \circ g$ szorzatleképezését.

Eredmény:

2. feladat: Az alábbi leképezések közül melyik injektív?

1) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto -x + 13$

2) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, x \mapsto x^3$

3) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3$

Eredmény:

3. feladat: Bizonyítsa be az

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{n}$$

egyenlőséget.

Eredmény:

4. feladat: Írja fel az $A = \{-1, 1\}$ halmaz összes injektív leképezését a $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ halmazra.

Eredmény:

5. feladat: Értelmezzük az $a_1 = 2, a_2 = 1, a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1}$ ($n \geq 2$) rekurzív sorozatot. Mutassa meg, hogy a sorozat monoton csökkenő. [Útmutatás: Először mutassa meg, hogy minden n -re $a_{n+1} \leq 2a_n$. Ezután mutassa meg, hogy $n \geq 3$ esetén $a_n < 0$. Végezetül következtessen a monoton csökkenésre.]

Eredmény: