

7. feladatsor – Kódolás

7.1. Feladat. Határozzuk meg a $C \subseteq K^n$ blokk-kód minimális távolságát, továbbá azt, hogy hány hibajelző, illetve hibajavító. Döntsük el, hogy a C kód lineáris-e.

- (a) $C = \{000, 011, 101, 110\} \subseteq \mathbb{Z}_2^3$;
- (b) $C = \{0102, 1010, 0021, 2200\} \subseteq \mathbb{Z}_3^4$;
- (c) $C = \{0000, 0101, 1100, 1001\} \subseteq \mathbb{Z}_2^4$.

7.2. Feladat. Igazoljuk, hogy C lineáris kód. Határozzuk meg C információs rátáját. Adjunk meg egy C -vel ekvivalens D szisztematikus lineáris kódot. Adjuk meg D generátor- és ellenőrző mátrixát is.

- (a) $C = \{0000, 0011, 1101, 1110\} \subseteq \mathbb{Z}_2^4$;
- (b) $C = \{00000, 11110, 11011, 00101\} \subseteq \mathbb{Z}_2^5$;
- (c) $C = \{0000, 1201, 2110, 2102, 1220, 0011, 2121, 1212, 0022\} \subseteq \mathbb{Z}_3^4$.

7.3. Feladat. G egy szisztematikus lineáris kód generátormátrixa. Döntsük el, hogy v kódszó-e, ha nem, akkor adjuk meg a v -hez legközelebbi kódszót.

- (a) $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_2^{2 \times 5}$, $v = 11111$;
- (b) $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_3^{2 \times 6}$, $v = 211112$;
- (c) $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_3^{3 \times 6}$, $v = 202010$.

7.4. Feladat. Adjuk meg a K test feletti n -hosszú Hamming-kód egy lehetséges P ellenőrző mátrixát, G generátormátrixát, valamint információs rátáját.

- (a) $K = \mathbb{Z}_2$, $n = 3$;
- (b) $K = \mathbb{Z}_2$, $n = 5$;
- (c) $K = \mathbb{Z}_2$, $n = 7$;
- (d) $K = \mathbb{Z}_3$, $n = 4$.

7.5. Feladat. Határozzuk meg az összes nemtriviális K test feletti n -hosszú ciklikus lineáris kódot.

- (a) $K = \mathbb{Z}_3$, $n = 3$;
- (b) $K = \mathbb{Z}_2$, $n = 4$.

7.6. Feladat. Tervezzünk a K test α eleme segítségével n -hosszú t -hibajelző BCH-kódot. Adjuk meg a kód generátormátrixát.

- (a) $K = \mathbb{Z}_2[x]/\langle x^3 + x + 1 \rangle$, $\alpha = \bar{x+1}$, $n = 6$, $t = 2$;
- (b) $K = \mathbb{Z}_2[x]/\langle x^4 + x + 1 \rangle$, $\alpha = \bar{x+1}$, $n = 11$, $t = 3$;
- (c) $K = \mathbb{Z}_3[x]/\langle x^3 + x^2 + 2 \rangle$, $\alpha = \bar{x}$, $n = 8$, $t = 2$.